

**EL MÉTODO CARTOGRÁFICO DE PTOLOMEO:  
ANÁLISIS DEL SISTEMA DE LOCALIZACIÓN  
UTILIZADO EN LA *GEOGRAPHIA* PARA LA UBICACIÓN  
DE LAS POBLACIONES DEL INTERIOR  
DE LA PENÍNSULA IBÉRICA**

*A Tomás Garabito Gómez y  
Luis Sagredo San Eustaquio,  
mis maestros*

Javier Urueña Alonso

**INTRODUCCIÓN**

El conocimiento limitado de la esfera terrestre, más teórico que real, debió representar un reto matemático para los geógrafos clásicos. A él se tuvieron que enfrentar con más intuición que medios obteniendo, sin embargo, resultados sorprendentes, entre los que destaca la *Geographia* (Γεωγραφικὴ ὑψηγήσις) ptolemaica.<sup>1</sup>

El cálculo matemático-astronómico de la latitud tuvo un origen temprano, al menos desde Eratóstenes, pues resultaba relativamente sencillo gracias a la comparación de las sombras proyectadas por un gnomon durante el equinoccio, momento en el que el Sol incide sobre el Ecuador. Sin embargo, el cálculo de la longitud por medios astronómicos, de cierta precisión, sólo se podía realizar mediante la comparación de la hora de un mismo eclipse en dos puntos determinados, circunstancia que limitaba su conocimiento y que sólo logrará superarse muchos siglos después.

Esta situación permite valorar la dificultad de la obra ptolemaica que incluye casi ocho mil puntos con su latitud y su longitud.

---

<sup>1</sup> Queremos agradecer a Héctor Otero Vega la ayuda prestada para la elaboración y la supervisión del aparato matemático incluido en el presente estudio.

La localización de los elementos geográficos<sup>2</sup> de la península ibérica documentados por Ptolomeo ha sido objeto de múltiples estudios. Paradójicamente, sin embargo, la mayoría de estos trabajos sólo ha analizado la situación relativa de las poblaciones en cada etnia —aspecto que Ptolomeo desdeña al considerarlo propio de la corografía (χωρογραφία)—<sup>3</sup> y ha obviado la posición absoluta de los puntos, fin último de la geografía (γεωγραφία) según el autor y, por tanto, de su obra (Ptol. *Geo.* 1.1.5).

A pesar de constituir una minoría, la investigación de la posición absoluta de los puntos cuenta con una amplia tradición. Entre sus antecedentes podría citarse incluso una obra tan temprana como el *Periplus Maris Externi* de Marciano Heraclense (*vid.* Müller 1855, 515-562), si bien dentro de la historiografía moderna y para la península ibérica este tipo de estudios sólo se ha desarrollado recientemente.<sup>4</sup>

En general, los trabajos sobre la posición absoluta de los puntos han generado dos hipótesis para su interpretación:

- a) La primera es que Ptolomeo ubicó cada lugar mediante observaciones astronómicas,<sup>5</sup> precisas en su mayoría, y que, por tanto, la reducción actual de los puntos puede deducirse de la transformación de las coordenadas ptolemaicas a sus equivalentes contemporáneas (Monteagudo 1947; Martínez 1964; Montero 1991; Tornadijo 2008b, 2008c). No obstante esta idea sólo se ha aplicado en pequeñas regiones y su generalización ha resultado infructuosa (Solana 1972; Canto 1999).
- b) La segunda, que el autor determinó la localización de la mayoría de los puntos siguiendo las distancias documentadas por periplos marítimos e itinerarios terrestres, lo que permite deducir la localización actual de cada

---

<sup>2</sup> En general, denominaremos como puntos todos los elementos geográficos de longitud y latitud conocida, independientemente de su condición de población, puerto, cabo, río, monte, hito fronterizo, etc.

<sup>3</sup> A pesar de ello, la sistemática ordenación étnica de las poblaciones y accidentes geográficos convierten la obra en la fuente más completa sobre la composición y situación de los pueblos de la península ibérica. En este sentido, por ejemplo, obsérvese el papel predominante de esta fuente en los estudios sobre las etnias hispanas (*vid.* Tovar 1974-89; *TIR* K-29, K-30, J/K-31 y J-30; Ruiz y Almagro 1992; García 2003).

<sup>4</sup> Este tipo de investigaciones nace para la península ibérica con Eduardo Saavedra en 1861 y su estudio de la posición de *Uxama*, *Voluce*, *Numancia* y *Augustobriga* (Saavedra 2000), aunque su análisis apenas constituye unos párrafos de su obra. Posteriormente, Monteagudo 1947 y Martínez 1964 analizan sistemáticamente la obra de Ptolomeo en este sentido para el estudio de la región septentrional de la Península, y a partir de ellos surge el primer análisis crítico sobre la metodología de este tipo de trabajos realizado por Solana 1972. En los últimos años los estudios se han ido sucediendo y cabe destacar la labor de algunos investigadores como: Montero 1991; Knapp 1993; Capalvo 1996; Canto 1999; Gómez 1997; 2005; Tornadijo 2008a y 2008b; Tzorlini 2009.

<sup>5</sup> Aunque no se menciona en ninguno de los trabajos consultados, la hipótesis sólo puede surgir de la idea de que la posición de todos los puntos, o al menos de una gran mayoría, fue determinada mediante observaciones astronómicas. Sin embargo, Ptolomeo señala que, a pesar de ser el sistema más preciso de localización, este tipo de información era infrecuente (Ptol. *Geo.* 1.2.5-1.3.5).

uno de ellos a partir de sus distancias respecto a los lugares de situación conocida (Saavedra 2000; Müller 1883; Berthelot 1932, 1933; Knapp 1993; Tornadijo 2008a). Esta teoría ha explicado satisfactoriamente algunas posiciones pero no ha podido aclarar otras muchas, lo que ha hecho que algunos autores hayan planteado una modificación de la misma incluyendo las fuentes etnográficas o administrativas como condicionantes de la localización de algunos puntos (Capalvo 1996; Gómez 1997; *id.* 2005).

Las dos hipótesis han servido para mejorar considerablemente nuestro conocimiento de los puntos estudiados, principalmente de sus posibles localizaciones actuales, pero apenas han permitido comprender el método de localización empleado por Ptolomeo, sobre todo para los puntos del interior. Pese a ello, creemos que esta es la cuestión fundamental, necesaria para cualquier tipo de interpretación posterior sobre la localización actual de los lugares citados,<sup>6</sup> pues es imposible reducir un punto mediante las coordenadas ptolemaicas sin saber previamente de qué forma estas fueron determinadas y si realmente responden a la localización exacta del punto o a una aproximación de la misma, como veremos.

La interpretación exige un análisis de la naturaleza de las fuentes alejandrinas y de la labor que Ptolomeo realiza a partir de ellas. Este análisis implica dos dificultades: la primera propiamente documental, deducir qué fuentes está utilizando el autor en cada momento; la segunda de tipo matemático, qué sistema utiliza para ubicar de forma definitiva cada punto registrado. Es evidente que el carácter limitado de las citas del autor y la falta de documentos hacen que sea imposible determinar con exactitud cómo eran las fuentes utilizadas, sin embargo, sí podemos suponer que sus características fueran similares a otras obras conservadas como el *Itinerario* de Antonino que creemos constituye un paralelo aproximado de las informaciones geométricas viarias de las que Ptolomeo declara partir (Ptol. *Geo.* 1.2). Respecto al segundo aspecto es sobre el que trata el presente trabajo y pretendemos avanzar.

El objetivo del presente estudio es, por tanto, deducir el sistema que pudo utilizar Ptolomeo para localizar los puntos, sobre todo del interior,<sup>7</sup> y señalar, finalmente, la forma en la que deben ser interpretadas sus coordenadas.

Para ello hemos transformado las coordenadas dadas por Ptolomeo en distancias “directas” y “acumuladas” entre puntos<sup>8</sup> partiendo de la Ecuación

---

<sup>6</sup> La cuestión está presente de forma implícita en todos los trabajos, aunque, salvo en algunos casos (Capalvo 1996; Gómez Fraile 1997, 2005), no ha sido verdaderamente estudiada.

<sup>7</sup> Debe destacarse en este sentido que la gran mayoría de los puntos ubicados por Ptolomeo en la península ibérica se encuentran en el interior: 405 de 513, un 79%; mientras que sólo 97 se sitúan en el litoral, casi el 19% del total; y 11 en las islas, aproximadamente el 2%.

<sup>8</sup> Denominamos distancia “directa” a la existente entre dos puntos sin pasar por ningún punto intermedio [ $d(P_i, P_n)$ ]; y distancia “acumulada” a la que hay entre dos puntos pasando por los puntos que el *Itinerario* señala entre ambos, que corresponde, por tanto, a la suma de las distancias directas entre los puntos intermedios [ $D(P_i, P_n) = \sum_{i=1}^{n-1} d(P_i, P_{i+1})$ ]. En el presente trabajo distinguiremos entre distancia “directa” de Ptolomeo [ $dPt$ ], distancia “acumulada” de Ptolomeo [ $DPT$ ] y distancia “acumulada” del *Itinerario* [ $DIt$ ] —nótese que en este

1<sup>9</sup> y comparado los resultados con las medidas transmitidas por el *Itinerario* de Antonino siguiendo los principios planteados por Müller 1883, 543, y

caso todas las distancias entre dos puntos no consecutivos son “acumuladas” pues en esta fuente no hay posibilidad de conocer la distancia “directa” entre dos poblaciones sin pasar por las intermedias—. *E. g.*: la distancia “directa” deducida de la descripción de Ptolomeo [*dPt*] entre Ἀστούρικα e Ἰντερκατία es de 50 mp; la distancia “acumulada” [*DPt*] entre estas mismas poblaciones es de 117 mp, que es el resultado de la suma de las distancias (“directas”) entre Ἀστούρικα y Βριγαίκιον, 43 mp, y entre Βριγαίκιον e Ἰντερκατία, 74 mp.

<sup>9</sup> Tornadijo 2008a sigue esta misma fórmula para el cálculo de las distancias entre Φλαουιοναουία, Λοῦκος Ἀστυρῶν y las desembocaduras del Ναίλων y Ναβιαλαουίωνος, si bien, no incluye el valor del radio, lo que le obligada a utilizar una equivalencia imprecisa para la transformación de medidas angulares en lineales.

El resto de autores consultados parte del teorema de Pitágoras para el cálculo de la distancia entre puntos (*vid.* Müller 1883; Blázquez 1892; Knapp 1993; Gómez 2005), sin embargo, la aplicación de este teorema sobre superficies esféricas es imprecisa y hasta cierto punto arbitraria, pues exige una determinación previa del grado latitudinal de referencia y el valor en él del grado de longitud, lo que puede condicionar en gran medida los resultados:

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{((\varphi_1 - \varphi_2) \cdot g_\varphi)^2 + ((\lambda_1 - \lambda_2) \cdot g_\lambda)^2}$$

Este cálculo también puede realizarse siguiendo el método que posiblemente Ptolomeo utilizara para determinar la longitud del segundo punto [ $\lambda_2$ ] (Ecuación 4), lo que permitiría un mejor conocimiento de las distancias de las que el autor parte, si embargo, este sistema depende, como en el caso anterior, de la elección de un paralelo de referencia que desconocemos o que incluso pudo variar en cada medida:

$$d(P_1, P_2) = \text{crd}^{-1} \left( \frac{1}{2} \text{crd} \left( 2 \left( 90 - \left( (\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \frac{g_\lambda}{g_\varphi} \right) \right) \right) \cdot \frac{1}{2} \text{crd} \left( 2(90 - (\varphi_1 - \varphi_2)) \right) \right) \cdot r$$

Simplificada en función del seno y a partir de la ley esférica de los cosenos como:

$$d(P_1, P_2) = \cos^{-1} \left( \cos \left( \frac{(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot g_\lambda}{g_\varphi} \right) \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \right) \cdot r$$

El error derivado de estas ecuaciones sólo es significativo en grandes distancias y en separaciones latitudinales y longitudinales de menos de nueve grados se mantiene por debajo de la precisión de  $\pm 2,5'$  que Ptolomeo utiliza. Quizá, en este sentido podría entenderse la anotación realizada por Ptolomeo sobre la intrascendencia de trazar los paralelos como líneas rectas en los mapas regionales siempre que se tenga presente la proporción del paralelo medio respecto al gran círculo (Ptol. *Geo.* 2.1.10). No obstante, como hemos señalado, los dos sistemas dependen de la elección de un paralelo de referencia arbitrario que hace imprecisas las mediciones alejadas del mismo.

Así, por ejemplo, Marciano Heraclense parte de la medida de 500 st para el grado de longitud lo que distorsiona fuertemente sus resultados en latitudes alejadas del Ecuador. Capalvo 1996, 90, declara partir de esta misma medida para la península ibérica, sin embargo, de sus cálculos se deducen distintas medidas próximas a los 375 st. Knapp 1993, 105, parte de la medida de 400 st para el cálculo de las distancias entre las poblaciones de la *Baetica*, lo que

Cuntz 1923, 110, para el estudio de la obra geográfica de Ptolomeo —recogidos por Gómez Fraile 2005 para *Hispania*—.

$$d(P_1, P_2) = \cos^{-1}(\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos(\lambda_2 - \lambda_1)) \cdot r$$

Ecuación 1

$d(P_1, P_2)$ : distancia entre el primer punto  $[P_1(\varphi_1, \lambda_1)]$  y el segundo  $[P_2(\varphi_2, \lambda_2)]$   
||  $\varphi_1$ : latitud del primer punto ||  $\lambda_1$ : longitud del primer punto ||  $\varphi_2$ : latitud del segundo punto ||  $\lambda_2$ : longitud del segundo punto ||  $r$ : radio de la Tierra<sup>10</sup> = (180000 st) /  $2\pi \approx 282743,34$  st

Para aclarar y ejemplificar nuestro estudio exponemos los resultados del análisis de una vía concreta, el *Iter ab Asturica per Cantabriam Caesar-augustam* (It. 439.15-443.2), conocida como vía XXVII, cuyos núcleos aparecen también en la obra de Ptolomeo —con la excepción de *Caravi*—, lo que permite confrontar fácilmente las distancias de ambas fuentes.<sup>11</sup> El análisis incluye el estudio de las ediciones críticas de los dos textos<sup>12</sup> y considera todas las variantes de las medidas y de las coordenadas transmitidas (*vid.*

---

sólo es válido en latitudes cercanas al paralelo 36° —la medida exacta que considera Ptolomeo puede deducirse de los 72812 st que miden los 180° del paralelo de Rodas (Ptol. *Geo.* 7.5.12), 404,51111 st, o de la tabla de cuerdas del *Almagesto* (Ptol. *Alm.* 1.11), donde puede calcularse una medida de 404,50926 st, distancia próxima a la real de 404,50672 st—. Gómez Fraile 2005, 39, parte de la medida de 375 st de la anotación del mapa de *Hispania*, que señala un valor del grado medio de longitud de la península ibérica de 3/4 respecto al grado de 500 st de los paralelos (Ptol. *Geo.* 8.4.1). Este valor corresponde aproximadamente al del grado de longitud en una latitud de 41°, 377,3548 st (Gómez 2005, 45) y, por tanto, es impreciso en latitudes septentrionales y meridionales de la Península.

<sup>10</sup> Ptolomeo considera que la circunferencia de la Tierra mide 180000 st. Así se deduce del valor de 500 st de los grados de longitud en el Ecuador o de los grados de latitud ( $360^\circ \cdot 500$  st) (Ptol. *Geo.* 1.7.1; 1.11.2), de los 90000 st que miden los 180° de la tierra conocida en el Ecuador (Ptol. *Geo.* 7.5.12) o de las múltiples referencias a los valores de los grados de longitud en las distintas latitudes.

<sup>11</sup> Müller 1883, 160, estudia este mismo trazado y señala las distancias parciales entre Ἀστούρικα y Κλονία en el desarrollo de la vía y entre el resto de poblaciones en el estudio particular de cada uno de los puntos: en el comentario de Οὔξαμα Ἀργαίλα indica las distancias de ésta a Κλονία, 20 mp, y a Οὔέλουκα, 18 mp (1883, 173); en el relativo a Οὔέλουκα señala las distancias desde la misma a Νουμαντία, 30 mp, y a Οὔξαμα Ἀργαίλα, 15 mp —el dato contradice el reflejado en el comentario de Οὔξαμα Ἀργαίλα, donde indica 18 mp, posiblemente la diferencia se deba a la distinta medida del paralelo de referencia— (Müller 1883, 173); y en el estudio de Νοοῦα Αὐγούστα señala las distancias de ésta a Νουμαντία, 40 mp, y a Τουριασσώ, 26 mp. Debe tenerse en cuenta, sin embargo, que nuestro trabajo no parte de sus conclusiones y que no compartimos ni las modificaciones del trazado propuestas por el autor, ni los cambios del orden de las poblaciones, ni la forma de calcular las medidas.

<sup>12</sup> Para el *Itinerario* de Antonino seguimos las ediciones de Wesseling 1735; Parthey y Pinder 1848; Cuntz 1929. Para la *Geographia* de Ptolomeo las ediciones de Nobbe 1843; Müller 1883; Stückelberger y Grasshoff 2006.

apéndices I y II y tabla 3)<sup>13</sup> evitando así las deducciones surgidas de una lectura o edición sesgada del texto.<sup>14</sup>

## EL SISTEMA DE LOCALIZACIÓN UTILIZADO POR PTOLOMEO

El sistema de localización desarrollado por Ptolomeo para la ubicación de las poblaciones del interior de la península ibérica hubo de partir del trabajo previo descrito por el autor para la representación gráfica de la esfera en el plano (Ptol. *Geo.* 1.24). Ptolomeo crearía de esta forma una red gráfica de coordenadas que, posteriormente, ampliaría con paralelos y meridianos de 5' para cada una de las zonas de estudio, en este caso para la península ibérica, que constituye el segundo mapa de la obra (πίναξ β).

Una vez elaborada la retícula detallada de la región, el autor localizaría los distintos tipos de puntos que se encuentran en ella: aquellos con información astronómica asociada y aquellos de los que sólo tenía datos geométricos.

Ptolomeo declara partir de dos tipos complementarios de fuentes para la descripción del Mundo:<sup>15</sup> astronómicas, que reflejan la latitud de un punto y, en ciertas circunstancias, su longitud relativa;<sup>16</sup> y geométricas,<sup>17</sup> que señalan las dimensiones de los lugares, las distancias entre ellos o sus posiciones relativas (Ptol. *Geo.* 1.2). Las primeras son más precisas y permiten deducir la distancia exacta en “línea recta” entre dos puntos mediante el cálculo del arco del círculo máximo (μέγιστος κύκλος) que los une (Ptol. *Geo.* 1.2.5-1.3.5), sin embargo, son escasas y no siempre están bien determinadas. Por

---

<sup>13</sup> Incluimos también las distancias de Βαργιακίς y Νοοῦα Αὐγούστα, identificadas por Müller como *Brigeco* y *Augustobriga* (1883, 160 y 173), si bien no mantenemos esta correspondencia.

<sup>14</sup> Müller 1883 desarrolla un proceso similar al que aquí planteamos, aunque considera sólo las distancias desde los puntos previos, lo que le lleva a cambiar la identificación de *Brigeco* —de Βριγαίκιον a Βαργιακίς— y *Augustobriga* —de Αὐγουστόβριγα a Νοοῦα Αὐγούστα— así como plantear una alteración en el orden de las poblaciones de Παῦδα e Ἰντερκατία, lo que constituye, más que una interpretación, una adaptación “forzada” del texto a la teoría.

<sup>15</sup> El autor recoge estas informaciones de la compilación realizada por Marino de Tiro (Ptol. *Geo.* 1.6) y de las descripciones de “viajes” más recientes, más fiables por ello (Ptol. *Geo.* 1.5.2, 1.19.1), que sigue para completar, hacer más inteligibles y rectificar las indicaciones de Marino de Tiro (Ptol. *Geo.* 1.7-1.18), labor que debió ser considerable y que dio a la obra un carácter totalmente original (Knapp 1993, 104-105).

<sup>16</sup> La latitud de un punto podía determinarse gracias a la duración de los días más largos (Ptol. *Alm.* 2.2), al arco del horizonte formado por los puntos de salida del Sol en los equinoccios y solsticios (Ptol. *Alm.* 2.2), al astrolabio (ἀστρολάβον) y a la elevación del polo (Ptol. *Alm.* 2.3), y a las mediciones de las sombras de los gnomon (σκιόθηρον ὄργανον) (Ptol. *Alm.* 2.5). La longitud sólo podía conocerse en relación a otro punto y dependía de la observación simultánea de un eclipse en ambos, circunstancia infrecuente e insuficientemente documentada (Ptol. *Geo.* 1.3.3, 1.4.2).

<sup>17</sup> Ptolomeo incluye dentro de este tipo de informaciones los itinerarios y los datos derivados de los relatos de viajes, entre los que posiblemente se incluyan las posiciones relativas de algunos puntos o su condición étnica.

el contrario, las informaciones geométricas son más numerosas y fiables, si bien, en el mejor de los casos, sólo transmiten las distancias relativas<sup>18</sup> de unos puntos respecto a otros y, por tanto, de ellas no puede deducirse su posición en la esfera terrestre (Ptol. *Geo.* 1.2.4, 1.2.8).

Ptolomeo logró superar los límites de los dos tipos de informaciones con su combinación.<sup>19</sup> Así, por un lado, completó el pequeño número de puntos que poseen informaciones astronómicas con la mayor cantidad de puntos con datos geométricos y, por otro, resolvió la imposibilidad de situar estos últimos sobre la esfera partiendo de las posiciones de los anteriores (Ptol. *Geo.* 1.4.1-1.4.2; Bunbury 1879, 554-555).

El autor tuvo que realizar este trabajo en dos fases. En primer lugar, debió ubicar los puntos con informaciones astronómicas precisas sobre su localización para generar una completa red de referencia que le permitiera, por un lado, delimitar, o al menos esbozar, las grandes superficies geográficas como los continentes, las islas y las divisiones administrativas (Ptol. *Geo.* 2.1.6-2.1.11; Knapp 1993, 106), y, por otro, le facilitara la segunda fase del trabajo, esto es, situar los puntos con datos geométricos (Ptol. *Geo.* 2.1.2).

### **Primera fase**

La elaboración de la red de puntos de referencia hubo de partir de un trabajo previo que hiciera posible incluir en ella no sólo los lugares con latitud y longitud conocida, que serían escasos y estarían ubicados en el litoral en su mayoría,<sup>20</sup> sino también aquellos de los que sólo conocía la latitud, más numerosos que los anteriores gracias a la facilidad de su cálculo y a las múltiples compilaciones existentes (Ptol. *Geo.* 1.4.2; Gómez 2005, 38).

La ubicación del primer tipo de punto posiblemente no entrañara más problemas que los descritos por el autor para la elaboración de su representación gráfica (Ptol. *Geo.* 1.22-1.24). Sin embargo, para la localización de los segundos, Ptolomeo debió realizar un cálculo previo que le permitiera determinar su posición exacta, esto es, su longitud. Para ello, si suponemos que el autor parte de un punto de referencia bien localizado en su longitud y latitud [ $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ ] y que pretende ubicar un segundo punto del que sólo conoce

---

<sup>18</sup> Las medidas realizadas por caminos dependen de su trazado y rectitud y las tomadas de los viajes marítimos están condicionadas por los vientos y corrientes (Ptol. *Geo.* 1.2.4), si bien, estas últimas están generalmente mejor determinadas (Berthelot 1933) —lo que quizá se deba a su mejor orden de exposición en la obra de Marino de Tiro (Ptol. *Geo.* 1.18.6) —.

<sup>19</sup> Esta combinación fue posible gracias a que una gran mayoría de los puntos con informaciones astronómicas tenían también datos geométricos asociados.

<sup>20</sup> La tradición de viajes marinos hacía de la costa la región más descrita y mejor conocida, como Ptolomeo destaca en el comentario de la obra de Marino de Tiro (Ptol. *Geo.* 1.18.6; Knapp 1993, 105).

su latitud [ $P_2(\varphi_2, \lambda_2?)$ ] y la distancia que le separa del primero [ $d(P_1, P_2)$ ],<sup>21</sup> pudo seguir dos caminos:

- *Opción 1.A*: el método más probable y preciso del que Ptolomeo pudo partir es la aplicación del teorema de Menelao sobre superficies esféricas (Ecuación 2), desarrollada por el autor en el *Almagesto* (Ptol. *Alm.* 1.13) (vid. Sidoli 2004, 126):

$$\frac{\text{crd}(2 \cdot \overline{A\Gamma})}{\text{crd}(2 \cdot \overline{EA})} = \frac{\text{crd}(2 \cdot \overline{\Gamma\Delta})}{\text{crd}(2 \cdot \overline{\Delta Z})} \cdot \frac{\text{crd}(2 \cdot \overline{BZ})}{\text{crd}(2 \cdot \overline{BE})}$$

Ecuación 2

En primer lugar, hubo de esbozar la configuración en la esfera de forma que partiendo sólo de los datos conocidos pudiera desarrollarse la igualdad dada por Menelao. Para ello, Ptolomeo tomaría los dos primeros puntos,  $\Gamma$  [ $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ ] y  $Z$  [ $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$ ] y añadiría un tercero,  $E$ , en la intersección del paralelo del primero con el meridiano del segundo [ $E = P_3(\varphi_1, \lambda_2)$ ]. De esta forma constituiría un triángulo rectángulo esférico  $E\Gamma Z$  con ángulo recto en  $E$ , con lado  $\Gamma E$  igual a la diferencia de las longitudes del primer y segundo punto<sup>22</sup> [ $\Gamma E = (\lambda_1 - \lambda_2)$ ], lado  $EZ$  igual a la diferencia de las latitudes de los dos primeros puntos [ $EZ = \varphi_1 - \varphi_2$ ] y lado  $\Gamma Z$  igual a la distancia entre los dos puntos [ $\Gamma Z = d(P_1, P_2)$ ]. Después, el autor prolongaría cada uno de los lados del triángulo  $E\Gamma Z$  constituyendo tres arcos de  $90^\circ$ :  $\Gamma EA$ ,  $\Gamma Z\Delta$  y  $EZB$ ; y uniría los extremos de todos ellos formando un nuevo arco de  $90^\circ$ ,  $A\Delta B$ , obteniendo así la configuración clásica del teorema de Menelao (vid. Ilustración 1).

Ptolomeo sustituiría entonces las rectas señaladas en el teorema por sus valores conocidos en la esfera, así:  $A\Gamma = 90^\circ$ ;  $EA = 90^\circ - \Gamma E$ ;  $\Gamma E = (\lambda_1 - \lambda_2)$ ;  $\Gamma\Delta = 90^\circ$ ;  $\Delta Z = 90^\circ - \Gamma Z$ ;  $\Gamma Z = d(P_1, P_2)$ ;  $BE = 90^\circ$ ;  $BZ = 90^\circ - EZ$ ;  $EZ = (\varphi_1 - \varphi_2)$ ; cuyo resultado es la Ecuación 3:

$$\frac{\text{crd } 180}{\text{crd}(2(90 - \overline{\Gamma E}))} = \frac{\text{crd } 180}{\text{crd}(2(90 - \overline{\Gamma Z}))} \cdot \frac{\text{crd}(2(90 - \overline{EZ}))}{\text{crd } 180}$$

Ecuación 3

<sup>21</sup> La distancia correspondería en la inmensa mayoría de los casos a informaciones itinerarias, lo que distorsiona considerablemente la posición del segundo punto (Ptol. *Geo.* 1.2.4).

<sup>22</sup> Debe tenerse en cuenta que la longitud del segundo punto es desconocida, por tanto, su posición en la esfera es intuitiva y su función es sólo conceptual.

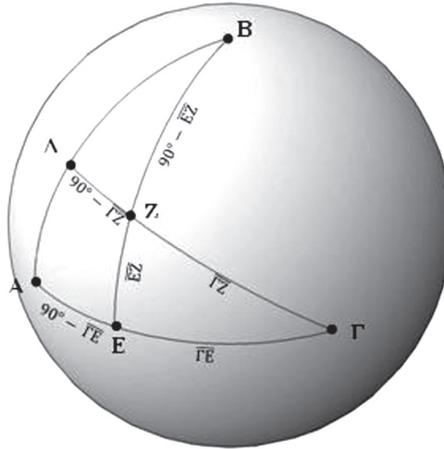


Ilustración 1

Con ella, en primer lugar, pudo determinar el valor de la cuerda del doble del ángulo complementario formado por la diferencia de la longitud del primer punto y la del segundo [ $\text{crd}(2(90 - (\lambda_1 - \lambda_2)))$ ] mediante la división de la cuerda del doble del ángulo complementario de la distancia entre los dos puntos en grados [ $\Gamma Z = d(P_1, P_2) / g_\varphi$ ] por la cuerda del doble del ángulo complementario de la diferencia de las latitudes de ambos [ $EZ = (\varphi_1 - \varphi_2)$ ], obteniendo el valor de las cuerdas a partir de una tabla como la expuesta por el autor en el *Almagesto* (Ptol. *Alm.* 1.11).<sup>23</sup> En segundo término, le fue posible calcular el valor en grados del arco formado por la diferencia de la longitud de los dos puntos mediante la comparación de la medida de su cuerda con los valores dados en la misma tabla [ $\text{crd}^{-1}$ ] y transformar este valor angular en lineal multiplicándolo por el radio de la Tierra [ $r = (180000 \text{ st}) / 2\pi \approx 282743,34 \text{ st}$ ]. Finalmente, pudo convertir esta distancia en grados longitudinales dividiéndola por el valor lineal del grado de longitud en la latitud dada [ $g_\lambda$ ]<sup>24</sup> (*vid.* tabla 1),<sup>25</sup> obteniendo así la separación longitudinal

<sup>23</sup> Ptolomeo realiza el cálculo de las cuerdas para arcos de medio segundo, entre  $30^\circ$  y  $180^\circ$ . Esta situación explica la posición de algunos puntos destacados en coordenadas aparentemente redondeadas a medio segundo. *E. g.: Italica: 7° E 38° N* (Ptol. *Geo.* 2.4.10); *Augusta Emerita: 8° E 39°30' N* (Ptol. *Geo.* 2.5.6); *Toletum: 10° E 41° N* (Ptol. *Geo.* 2.6.56)...

<sup>24</sup> La elección de un paralelo de referencia conlleva un error proporcional a la distancia latitudinal de los dos puntos respecto a este paralelo y a la separación longitudinal entre ellos. Si bien, el autor pudo minimizar el error partiendo de un paralelo de referencia intermedio entre las latitudes de los dos puntos.

<sup>25</sup> Ptolomeo pudo determinar el valor del grado de longitud a partir de la misma tabla de cuerdas que en las operaciones anteriores (Ptol. *Alm.* 1.11). Para ello hubo de calcular, en primer lugar, el valor del radio de la esfera [ $r = 180000 \text{ st} / 2\pi$ ], a partir de él determinar el radio del paralelo dado [ $r_\varphi$ ] con ayuda de la tabla de cuerdas [ $r_\varphi = \text{crd}(2(90 - \varphi)) / 2 \cdot r$ ], mediante el radio deducir el perímetro del paralelo [ $P_\varphi = 2\pi \cdot r_\varphi$ ] y con él el valor del grado de longitud [ $g_\lambda = P_\varphi / 360$ ]. Si bien, probablemente simplificara el cálculo partiendo del valor del

entre los dos puntos que le permitiría determinar la longitud del segundo punto  $[\lambda_2]$  a partir de la del primero  $[\lambda_1]$  (Ecuación 4):<sup>26</sup>

$$\lambda_2 = \lambda_1 \pm \text{crd}^{-1} \left( \frac{\text{crd} \left( 2 \left( 90 - \left( \frac{d(P_1, P_2)}{g_\varphi} \right) \right) \right)}{\text{crd} \left( 2(90 - (\varphi_1 - \varphi_2)) \right)} \right) \cdot \frac{r}{g_\lambda}$$

Ecuación 4

$d(P_1, P_2)$ : distancia entre el primer punto,  $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ , y el segundo,  $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$  ||  $\varphi_1$ : latitud del primer punto ||  $\lambda_1$ : longitud del primer punto ||  $\varphi_2$ : latitud del segundo punto ||  $\lambda_2$ : longitud del segundo punto ||  $r$ : radio de la Tierra =  $(180000 \text{ st}) / 2\pi \approx 282743,34 \text{ st}$  ||  $g_\varphi$ : valor del grado de latitud, 500 st (Ptol. *Geo.* 1.7.1) ||  $g_\lambda$ : valor del grado de longitud en la latitud dada, 500 st en el Ecuador, aproximadamente 400 st en el paralelo de Rodas [36° N] (Ptol. *Geo.* 1.11.2), 375 st en el paralelo medio de la península ibérica [41° N] y 227 st en el paralelo de Thule [63° N] (vid. Tabla 1).

La Ecuación 4 puede comprobarse reemplazando las operaciones con cuerdas por sus equivalentes mediante senos.<sup>27</sup> Así, como en el caso anterior, sustituyendo las rectas del teorema por los valores conocidos en la esfera obtenemos la Ecuación 5 de la que se deduce la ley esférica de los cosenos

---

grado en el Ecuador, 500 st, y multiplicando este por la mitad de la cuerda del doble del ángulo complementario:

$$g_\lambda = \frac{2\pi \cdot \frac{1}{2} \text{crd}(2(90 - \varphi)) \cdot r}{360} = \frac{1}{2} \text{crd}(2(90 - \varphi)) \cdot 500 \text{ st}$$

Si calculamos a partir de la función seno actual en lugar de la cuerda, el cálculo puede realizarse multiplicando el coseno de la latitud por el valor del grado en el Ecuador (Gómez 2005, 45):

$$g_\lambda = \frac{2\pi \cdot \cos \varphi \cdot r}{360} = \cos \varphi \cdot 500 \text{ st}$$

La precisión del cálculo de las cuerdas realizado por Ptolomeo hace que la diferencia con el cálculo mediante el coseno sea inferior a 0,001 st.

<sup>26</sup> El doble resultado de la ecuación  $[\pm]$  señala las dos posibles orientaciones de la medida (-: Oeste; +: Este) y puede eliminarse conociendo la posición general del segundo punto al poniente o al levante del primero, lo que resulta sencillo si se parte de la costa oriental u occidental, pero no de la septentrional o meridional.

<sup>27</sup> Debe tenerse en cuenta que la mitad de la cuerda del doble de un ángulo es igual al seno de ese ángulo  $[1/2 \text{crd}(2\alpha) = \sin\alpha]$  y, por tanto, la división de la cuerda del doble de un ángulo entre la cuerda del doble de otro ángulo es igual a la división del seno del primero entre el seno del segundo  $[\text{crd}(2\alpha) / \text{crd}(2\beta) = \sin\alpha / \sin\beta]$ .

para un triángulo rectángulo esférico<sup>28</sup> (ecuación 6)<sup>29</sup> y, a su vez, la Ecuación 7, equivalente a la Ecuación 4:

$$\frac{\sin 90}{\sin(90 - \overline{\Gamma E})} = \frac{\sin 90}{\sin(90 - \overline{\Gamma Z})} \cdot \frac{\sin(90 - \overline{E Z})}{\sin 90}$$

Ecuación 5

$$\cos \overline{\Gamma Z} = \cos \overline{\Gamma E} \cdot \cos \overline{E Z}$$

Ecuación 6

$$\lambda_2 = \lambda_1 \pm \cos^{-1} \left( \frac{\cos \left( \frac{d(P_1, P_2)}{g_\varphi} \right)}{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \right) \cdot \frac{r}{g_\lambda}$$

Ecuación 7

0°	0,00	75°	129,41	60°	250,00	45°	353,55	30°	433,01	15°	482,96
89°	8,73	74°	137,82	59°	257,52	44°	359,67	29°	437,31	14°	485,15
88°	17,45	73°	146,19	58°	264,96	43°	365,68	28°	441,47	13°	487,19
87°	26,17	72°	154,51	57°	272,32	42°	371,57	27°	445,50	12°	489,07
86°	34,88	71°	162,78	56°	279,60	41°	377,35	26°	449,40	11°	490,81
85°	43,58	70°	171,01	55°	286,79	40°	383,02	25°	453,15	10°	492,40
84°	52,26	69°	179,18	54°	293,89	39°	388,57	24°	456,77	9°	493,84
83°	60,93	68°	187,30	53°	300,91	38°	394,01	23°	460,25	8°	495,13
82°	69,59	67°	195,37	52°	307,83	37°	399,32	22°	463,59	7°	496,27
81°	78,22	66°	203,37	51°	314,66	» 36°	<b>404,51</b>	21°	466,79	6°	497,26
80°	86,82	65°	211,31	50°	321,39	35°	409,58	20°	469,85	5°	498,10
79°	95,40	64°	219,19	49°	328,03	34°	414,52	19°	472,76	4°	498,78
78°	103,96	» 63°	<b>227,00</b>	48°	334,57	33°	419,34	18°	475,53	3°	499,31
77°	112,48	62°	234,74	47°	341,00	32°	424,02	17°	478,15	2°	499,70
76°	120,96	61°	242,40	46°	347,33	31°	428,58	16°	480,63	1°	499,92
										» 0°	<b>500,00</b>

Tabla 1: valores en estadios (st) del grado de longitud [gλ] en latitudes fijas

<sup>28</sup> Obsérvese que el seno de un ángulo recto es igual a la unidad [sin90 = 1] y que el seno del ángulo complementario de otro ángulo es igual al coseno de este [sin(90 - α) = cosa].

<sup>29</sup> La ley esférica de los cosenos plantea la igualdad: cosa = cosb · cosc + sinb · sinc · cosa; teniendo presente que en un triángulo rectángulo α es igual a 90° y que el coseno de 90° es 0, la igualdad para un triángulo rectángulo esférico es: cosa = cosb · cosc.

- *Opción 1.B*: el camino más simple, pero también el más impreciso,<sup>30</sup> del que pudo partir Ptolomeo es la representación gráfica de los puntos. Para ello tuvo que crear una gráticula regional con paralelos y meridianos de 5' —lo que pudo realizar siguiendo los criterios expuestos por el propio autor para esta empresa (Ptol. *Geo.* 2.1.9-2.1.10)—, situar en ella el punto de coordenadas conocidas [ $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ ] y trazar una circunferencia con centro en este punto y de radio igual a la distancia entre los dos puntos [ $d(P_1, P_2)$ ] determinando la longitud del segundo punto [ $\lambda_2$ ] mediante la intersección de la circunferencia con el paralelo de la latitud conocida del segundo punto [ $\varphi_2$ ], redondeando el resultado al meridiano más próximo de 5'.<sup>31</sup>

*La primera fase en las poblaciones de la vía XXVII*

Entre las poblaciones del *Iter ab Asturica per Cantabriam CaesarAugustam* localizadas por Ptolomeo no hay evidencias que permitan suponer la existencia de núcleos con longitud y latitud conocida y sólo *Caesaraugusta*, *Asturica* y *Clunia* parecen haber tenido datos relativos a su latitud, circunstancia que se ajusta a su notoriedad y a su condición de capitales conventuales. Así lo constata, además, la coincidencia de las distancias “directas” deducibles de la obra de Ptolomeo respecto a las dadas por el *Itinerario* de Antonino entre las tres poblaciones<sup>32</sup> y confirma el redondeo de sus coordenadas en medios segundos<sup>33</sup> (*vid.* nota 23).

<sup>30</sup> El error derivado de este método depende de la precisión de los instrumentos utilizados y el tamaño de la representación. *E. g.*: en una representación de escala 1:2250000, habitual en los mapas regionales de los códices de la obra de Ptolomeo —en la que un grado de latitud equivale a 4 cm y en la que el mapa de *Hispania* es de 44 cm x 61 cm aproximadamente— la precisión de los instrumentos de dibujo hubo de ser superior a 3,3 mm para mantenerse dentro del rango de  $\pm 2,5'$  que Ptolomeo utiliza.

<sup>31</sup> Como en la opción anterior el resultado de la operación es normalmente doble, la circunferencia corta al paralelo en dos puntos —sólo en el caso de que la circunferencia fuera tangente a la recta el resultado sería único o inexistente si no la cortara—, y debe discernirse el punto verdadero a partir de la orientación general del segundo punto respecto al primero (*cf.* nota 26).

<sup>32</sup> Debe tenerse presente que el autor determina la posición de estas poblaciones a partir de las distancias entre ellas y, por tanto, independientemente de su localización, estas medidas siempre serán precisas y su error sólo dependerá del redondeo de la longitud en medios segundos obligado por la tabla de cuerdas utilizada. Así, por ejemplo, la distancia entre *Asturica* y *Clunia* deducible de la obra de Ptolomeo es aproximadamente un 8% superior a la documentada por el *Itinerario* [ $((143 - 132) / 132) \cdot 100$ ], entre *Clunia* y *Caesaraugusta* es un 2% inferior y entre *Asturica* y *Caesaraugusta* un 8% superior (*vid. infra*). Diferencias netamente inferiores a las desviaciones medias de las medidas respecto al resto de poblaciones [ $\delta_{d\%}$ ]: un 10% desde *Asturica*, un 37% desde *Clunia* y un 14% desde *Caesaraugusta* (*vid.* tabla 1).

	<b>Ptolomeo (mp)</b>	<b>Itinerario (mp)</b>	<b>Diferencia (<math>\delta_{d\%}</math>)</b>
<i>Asturica</i> → <i>Clunia</i>	143	132	8,33%
<i>Clunia</i> → <i>Caesaraugusta</i>	166	169	-1,78%
<i>Asturica</i> → <i>Caesaraugusta</i>	278	301	7,64%

<sup>33</sup> *Asturica*: 9°30' E 44° N; *Clunia*: 11° E 42° N; *Caesaraugusta*: 14°30' E 41°30' N.

Ptolomeo debió partir para su localización de un lugar de referencia ubicado latitudinal y longitudinalmente de forma precisa, posiblemente del litoral mediterráneo.<sup>34</sup> Mediante este punto de referencia y siguiendo el procedimiento descrito en la Opción 1.A pudo fijar la longitud de uno de los lugares de los que sólo poseía información sobre su latitud, seguramente *Caesaraugusta* debido a su relativa proximidad con el Mediterráneo. Finalmente, partiendo de este nuevo punto y gracias al mismo sistema pudo calcular la longitud de los otros núcleos de latitud conocida, presumiblemente *Clunia* y *Asturica*, como se ha dicho.

## Segunda fase

La ubicación de los puntos con informaciones geométricas constituiría el cuerpo principal de la descripción y sería la parte más intuitiva del trabajo del autor.<sup>35</sup>

Ptolomeo partió de dos tipos de datos para su localización: los relativos a la posición de las etnias y los derivados de las fuentes itinerarias (Capalvo 1996, 98-99). Los primeros debieron ser los prioritarios para la ordenación del trabajo<sup>36</sup> y pudieron servir para orientar los trayectos viarios<sup>37</sup> y situar de forma general los puntos —lo que normalmente distorsionó su localización—. <sup>38</sup> Los datos itinerarios proporcionaron al autor dos informaciones sobre cada uno de los puntos: las distancias respecto a los lugares de referencia —que Ptolomeo debió calcular partiendo de la suma de las distancias parciales de cada sector— y la posición de cada punto en la secuencia viaria.<sup>39</sup>

---

<sup>34</sup> El buen conocimiento de la costa del mar Mediterráneo desde época temprana permite suponer que el autor dispusiera de datos precisos sobre la posición de muchos de sus núcleos y accidentes geográficos.

<sup>35</sup> Bunbury 1879, 551, señala que la ubicación de estos puntos con coordenadas exactas es un intento de Ptolomeo de disfrazar su verdadera naturaleza imprecisa y las posibles correcciones arbitrarias que sobre ellos realiza siguiendo ideas preconcebidas. Sin embargo, como apunta Capalvo 1996, 90, y aquí constatamos, la mayoría de los puntos presumiblemente tomados de estas fuentes están bien ubicados en relación a los datos itinerarios que de ellas poseemos.

<sup>36</sup> Ptolomeo condicionó las informaciones itinerarias a las étnicas (Capalvo 1996, 98-99) lo que explica por qué los puntos del mismo trayecto viario no se disponen en línea recta entre los lugares de referencia.

<sup>37</sup> E. g.: conociendo la existencia de la vía entre Βριγαίκιον —población de la Ἄστυρῖα— e Ἰντερκατῖα —de los Οὐακκαῖοι— y la posición de la Ἄστυρῖα al norte de los Οὐακκαῖοι pudo deducir que el trayecto que une las dos poblaciones transcurre hacia el sur.

<sup>38</sup> En este sentido véanse las interesantes conclusiones de Capalvo 1996, 96-98, sobre la ubicación de Αὐγουσθόβριγα.

<sup>39</sup> Se han planteado dos hipótesis sobre el tipo de fuente itineraria que Ptolomeo utilizó: para Cuntz debió de ser un listado de distancias entre los puntos de localización precisa y el resto y, para Knapp, pudo ser un compendio de trayectos itinerarios que partían de estos mismos puntos destacados (*vid.* Knapp 1993, 106). Ptolomeo, sin embargo, debió utilizar los dos datos y crear un listado de distancias desde los puntos de referencia a partir de los trayectos

Con la combinación de estos datos el autor pudo esbozar, en primer lugar, la posición general de los puntos y la orientación de cada trayecto y, posteriormente, precisar lo más posible su localización a partir de las distancias de cada punto a los lugares de referencia de forma que respetaran la orientación del trayecto en el que se encontraban. Para ello, Ptolomeo tuvo que partir las distancias “directas” respecto a los puntos de referencia —posiblemente el origen y destino de la vía en la mayoría de los casos— ya que, de haberse basado en la distancia de cada punto al anterior —distancias “acumuladas”—, como proponen la mayoría de investigadores, la precisión máxima de  $\pm 2,5'$  que el autor utiliza hubiera producido una fuerte distorsión en las distancias entre lugares con muchos puntos intermedios.<sup>40</sup>

Siguiendo estos supuestos y considerando que Ptolomeo dispusiera como mínimo de dos puntos de referencia [ $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$  y  $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$ ], pudo seguir dos vías para determinar las coordenadas de un tercer punto [ $P_3(\varphi_3?, \lambda_3?)$ ] del que sólo conocía las distancias a los dos primeros [ $d_1 = d(P_1, P_3)$ ; y  $d_2 = d(P_2, P_3)$ ]:

- *Opción 2.A*: el primer camino pudo ser determinar aritméticamente la posición del tercer punto [ $P_3(\varphi_3?, \lambda_3?)$ ] mediante el cálculo de la intersección de la circunferencia  $C_1$ , con centro en el primer punto de referencia [ $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ ] y radio igual a la distancia entre este punto y el punto a determinar [ $d_1$ ], con la circunferencia  $C_2$ , con centro en el segundo punto de referencia [ $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$ ] y radio igual a la distancia entre este punto y el punto a determinar [ $d_2$ ]. Operación que puede realizarse determinando en qué punto, o puntos,<sup>41</sup>  $C_1$  es igual a  $C_2$  con la Ecuación 8:<sup>42</sup>

$$(\lambda_3 - \lambda_1)^2 + (\varphi_3 - \varphi_1)^2 - d_1^2 = (\lambda_3 - \lambda_2)^2 + (\varphi_3 - \varphi_2)^2 - d_2^2$$

Ecuación 8

$d_1$ :  $d(P_1, P_3)$ : distancia entre el primer punto,  $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ , y el tercero,  $P_3(\varphi_3, \lambda_3)$  ||  $d_2$ :

$d(P_2, P_3)$ : distancia entre el segundo punto,  $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$ , y el tercero,  $P_3(\varphi_3, \lambda_3)$  ||  $\varphi_1$ :

latitud del primer punto ||  $\lambda_1$ : longitud del primer punto ||  $\varphi_2$ : latitud del segundo

---

itinerarios, ya que demuestra conocer tanto la posición relativa de cada punto como las distancias absolutas a los lugares de referencia.

<sup>40</sup> E. g.: si Ptolomeo hubiese ubicado Τουριασσώ a partir de Αὐγουστόβριγα y ésta a partir de Νουμαντία y ésta a su vez desde Ούέλουκα, la desviación [ $\delta$ ] posible de la primera respecto a la última hubiera sido de  $\pm 7,5'$ , es decir de  $\pm 2,5'$  por cada trayecto [ $n$ ] [ $\delta = n \cdot (\pm 2,5')$ ]. Este aumento de la desviación puede constatararse en las barras de error de las distancias “acumuladas” [ $dPt$ ] de los Gráficos 3 y 4, donde, igualmente, se observa la mínima incidencia de este aspecto en las distancias “directas” [ $dPt$ ].

<sup>41</sup> El resultado de la operación normalmente es doble, las circunferencias se cortan en dos puntos y debe determinarse el punto verdadero a partir de la orientación del tercer punto respecto a los dos puntos de referencia —sólo en el caso de que las circunferencias sean tangentes el resultado sería único o en el caso de que no se cortaran sería inexistente—.

<sup>42</sup> La ecuación sólo es válida para superficies euclidianas, sin embargo, la pequeña separación entre los lugares de referencia y el punto que determinar en las descripciones regionales permite su empleo con un error inferior a la precisión utilizada por el autor.

punto  $\parallel \lambda_2$ : longitud del segundo punto  $\parallel \lambda_3$ : longitud del tercer punto  $\parallel \varphi_3$ : latitud del tercer punto  $\parallel C_1$ : circunferencia con centro en el primer punto de referencia  $[P_1]$  y radio igual a la distancia entre el primer punto y el punto a determinar  $[d_1]$   $[C_1 = (\lambda_3 - \lambda_1)^2 + (\varphi_3 - \varphi_1)^2 - d_1^2]$   $\parallel C_2$ : circunferencia con centro en el segundo punto de referencia  $[P_2]$  y radio igual a la distancia entre el segundo punto y el punto a determinar  $[d_2]$   $[C_2 = (\lambda_3 - \lambda_2)^2 + (\varphi_3 - \varphi_2)^2 - d_2^2]$

- *Opción 2.B*: la complejidad del cálculo de la opción A y la necesidad de Ptolomeo de modificar los resultados para que coincidieran con la orientación de la vía —como se ha dicho, deducida de las informaciones relativas a la posición de las etnias— hace que el sistema gráfico fuera probablemente el utilizado por el autor, más simple y rápido que el anterior, si bien más impreciso.<sup>43</sup>

Ptolomeo pudo partir de una gráticula regional con paralelos y meridianos de 5', situar en ella los dos puntos de referencia de coordenadas conocidas  $[P_1(\varphi_1, \lambda_1)]$ ; y  $[P_2(\varphi_2, \lambda_2)]$ , trazar dos circunferencias con centro en ellos de radio igual a sus distancias respectivas al tercer punto  $[d_1]$  y  $[d_2]$  y determinar mediante su intersección la posición del tercer punto  $[P_3(\varphi_3?, \lambda_3?)]$ , modificando el resultado al paralelo y meridiano de 5' más próximo que respetara la orientación del trayecto viario.<sup>44</sup>

### *La segunda fase en las poblaciones de la vía XXVII*

Ptolomeo ubicó la mayoría de las poblaciones del *Iter ab Asturica per Cantabriam Caesaraugustam* señaladas en su obra en esta fase.

Para ello, en primer lugar, entre las poblaciones localizadas en la primera fase seleccionaría *Caesaraugusta* y *Asturica* como puntos de referencia para las mediciones.<sup>45</sup> Así lo evidencia la precisión de las distancias desde estas dos poblaciones (*vid.* gráfico 3 y 4 y  $\delta_{d\%}$  en la tabla 2) y la aparente compensación de las medidas desde la primera con las de la segunda o viceversa (*vid.* nota 44 y gráfico 2).

<sup>43</sup> Debe notarse, sin embargo, que el desarrollo del cálculo de la Opción A implica la resolución de una ecuación de segundo grado que Ptolomeo sólo pudo resolver por aproximación mediante su desarrollo geométrico y que, por tanto, su precisión tampoco es absoluta.

<sup>44</sup> Esta modificación explica por qué algunas de las distancias de las poblaciones intermedias respecto al primer punto de referencia son inferiores a la documentada por el *Itinerario* y superiores respecto al segundo o viceversa (*vid.* gráfico 2). *E.g.*: la distancia “directa” entre *Ἀστούρικα* y *Οὔέλουκα* deducible de la obra de Ptolomeo es de 168 mp, 13 mp menos que las 181 mp que documenta el *Itinerario*, y entre *Οὔέλουκα* y *Καισαραυγούστα* es de 127 mp, 7 mp más que las 120 mp dadas por el *Itinerario*; por tanto, puede deducirse que Ptolomeo modificó el resultado de la localización de *Οὔέλουκα* acercándola a *Ἀστούρικα* y alejándola de *Καισαραυγούστα* de forma casi equivalente.

<sup>45</sup> *Clunia*, a pesar de haber sido localizada de forma matemática, no fue considerada por el autor como punto de referencia para la ubicación del resto de poblaciones de la vía XXVII como muestra la desviación media porcentual  $[\delta_{d\%}]$  del 37,36% de las distancias “directas” de Ptolomeo respecto al *Itinerario* desde este núcleo al resto de poblaciones de la vía (*vid.* tabla 1).

En segundo término, el autor orientaría cada uno de los trayectos de la vía siguiendo la posición relativa de las etnias a las que pertenecían sus *man-siones*, así (vid. mapa 1):<sup>46</sup>

a) El sector *Asturica-Rauda* fue orientado hacia el Sur [186°20' —a *Pintia* 161°34'—]<sup>47</sup> por la posición de los *Astures* al norte de los *Vaccae*, si bien, este sentido se rompe en dos puntos:

a.1) En el trayecto *Asturica-Brigeco*, con una orientación norte [40°36']<sup>48</sup> que quizá se deba a la posición meridional de los *Amaci* respecto a los *Brigaecini*.<sup>49</sup>

a.2) en el trayecto *Pintia-Rauda*, cuya orientación noroeste [300°58'] es totalmente contraria a la esperada<sup>50</sup> y posiblemente fuera consecuencia de la proximidad de *Clunia*,<sup>51</sup> que impediría situar *Rauda* al sur o al este de *Pintia*.

b) El sector *Rauda-Caesaraugusta* fue orientado al Este [100°57' —desde *Pintia* 97°26'—] por la situación de los *Vaccae* al oeste de los *Arevaci* y de

<sup>46</sup> Analizamos los trayectos en el orden marcado por el *Itinerario* de Antonino, de *Asturica* a *Caesaraugusta*, aunque el mismo estudio puede realizarse también en sentido inverso.

<sup>47</sup> 0° = N; 90° = E; 180° = S; 270° = W.

<sup>48</sup> En realidad, el sector tiene una orientación noreste que posiblemente derive de la modificación de la posición de Βρυγαίκιον a partir de las distancias desde Ἀστούρικα y Καισαραυγούστα.

<sup>49</sup> Es posible, igualmente, suponer que Ptolomeo ubicara *Brigeco* a partir de otra vía y que por ello su situación respecto al resto de poblaciones no es la correcta o, como propone Müller 1883, 160, que la *Brigeco* citada por el *Itinerario* de Antonino corresponde a Βαρυγαίς, cuyo nombre podría ser una corrupción de Βρυγαίκιον y cuya posición se adecúa bien a la secuencia y distancias señaladas por el *Itinerario*, si bien, en ambos casos, no hay mayores evidencias. En este sentido, debe destacarse como las distancias deducibles de la obra de Ptolomeo entre *Brigeco* y el resto de poblaciones de la vía, excepto *Asturica*, están lejos de las documentadas por el *Itinerario* entre los mismos puntos, siendo notables las diferencias respecto a *Intercatia* y *Tela* —la distancia entre *Intercatia* y *Brigeco* deducida de Ptolomeo es de 74 mp, su error es aproximadamente un 270% respecto a las 20 mp dadas por el *Itinerario* [(((74 - 20) / 20) · 100]; el error de las 121 mp deducidas de Ptolomeo entre *Tela* y *Brigeco* supone casi un 188% respecto a las 42 mp dadas por el *Itinerario* [(((121 - 42) / 42) · 100 (vid. gráfico 1)—.

<sup>50</sup> La dirección de *Pintia* a *Clunia* es de 90°, por tanto, casi totalmente opuesta a la de *Pintia* a *Rauda*.

<sup>51</sup> Como se ha señalado, la posición de *Clunia* fue establecida en la primera fase y su ubicación pudo condicionar a del resto de poblaciones de la vía a pesar de no ser uno de los lugares de referencia utilizados por Ptolomeo para las mediciones. Como en el caso de *Brigeco*, también es posible suponer que la posición de *Rauda* parta de otra ruta itineraria o, como señala Müller 1883, 166-167, que la extraña orientación del trayecto se deba a un intercambio erróneo de las posiciones de Παῦδα y Πίβρια. Siguiendo estas hipótesis, pueden destacarse las notables diferencias de las distancias deducibles de la obra de Ptolomeo respecto al *Itinerario* entre *Rauda* y el resto de poblaciones de la vía, siendo notables las diferencias desde *Clunia*, *Vasama* y *Caesaraugusta* —el error de la distancia de Ptolomeo entre *Rauda* y *Cunia* es de más de un 219% [(((83 - 26) / 26) · 100]; entre *Rauda* y *Vasama* de un 110% [(((105 - 50) / 50) · 100]; entre *Rauda* y *Caesaraugusta* de un 27% [(((248 - 195) / 195) · 100], siendo la media de error desde esta población de sólo un 13,91% (vid. gráfico 1)—.

estos, a su vez, de los *Celtiberi* y *Edetani*, orden que sólo se rompe en un punto:

b1) En el trayecto *Numantia-Augustobriga*, con una dirección noroeste [309°48'] opuesta al sentido oriental de la vía<sup>52</sup> que podría deberse a la ubicación de *Augustobriga* mediante otra ruta itineraria.<sup>53</sup>

	$\bar{\delta}_{d\%}$ <sup>54</sup>	$\bar{\delta}_{D\%}$ <sup>55</sup>
Ἀστούρικα	10,16	97,64
Βριγαίκιον	67,81	144,37
Ἴντερκατία	49,17	134,91
Γέλλα	44,33	137,11
Πίντια	35,57	125,85
Ῥαῦδα	51,56	120,81
Κλονία	37,36	127,32
Οὔξαμα Ἀργαίλα	22,41	95,37
Ούέλουκα	16,22	87,80
Νουμαντία	25,93	94,21
Αὐγουστόβριγα	83,75	125,68
Τουριασσώ	47,40	163,85
[[Caravi]]	-	-
Καισαραυγούστα	13,91	89,23
<b>Desde el punto anterior</b>	109,83	-

Tabla 2: diferencia media porcentual de las distancias “directas” [ $\delta_{d\%}$ ] y “acumuladas” [ $\delta_{D\%}$ ] de Ptolomeo respecto al *Itinerario*.

<sup>52</sup> Eliminando *Augustobriga*, la dirección del trayecto *Numantia-Turiasso* es de 90° exactamente. Müller 1883, 174, cree que la *Augustobriga* señalada por el *Itinerario* de Antonino corresponde a Νοοῖα Αὐγούστα (Ptol. *Geo.* 2.6.55), cuya posición se adecúa bien a las distancias documentadas. Sin embargo, no hay evidencias que permitan esta identificación.

<sup>53</sup> Debe destacarse la gran diferencia existente entre las distancias deducibles de Ptolomeo y las documentadas por el *Itinerario* entre *Augustobriga* y el resto de poblaciones de la vía, incluidos los dos puntos de referencia, *Asturica* y *Caesaragusta* (vid. Gráfico 1).

<sup>54</sup> Diferencia media porcentual [ $\delta_{d\%}$ ] de las distancias “directas” de Ptolomeo [ $dPt$ ] respecto al *Itinerario* [ $DIt$ ]:

$$\bar{\delta}_{d\%} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|dPt - DIt|}{DIt} \cdot 100$$

<sup>55</sup> Diferencia media porcentual [ $\delta_{D\%}$ ] de las distancias “acumuladas” de Ptolomeo [ $DPt$ ] respecto al *Itinerario* [ $DIt$ ]:

$$\bar{\delta}_{D\%} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|DPt - DIt|}{DIt} \cdot 100$$

<i>Desde Asturica</i> ↓						
<i>DPr</i> <sup>56</sup>	<i>dPt</i>	<i>DIt</i>	<i>Asturica</i>	301	278	649
43	43	40	<i>Brigeco</i>	261	282	606
117	50	60	<i>Intercatia</i>	241	230	532
170	84	82	<i>Tela</i>	219	236	478
218	129	106	<i>Pintiam</i>	195	204	431
268	94	106	<i>Rauda</i>	195	248	381
351	143	132	<i>Cluniam</i>	169	166	298
374	155	156	<i>Vasamam</i>	145	143	275
391	168	181	<i>Voluce</i>	120	127	258
422	193	206	<i>Numantia</i>	95	96	227
492	123	229	<i>Augustobriga</i>	72	157	157
598	228	246	<i>Turiassone</i>	55	51	51
-	-	264	<i>Caravi</i>	37	-	-
649	278	301	<i>Caesaraugusta</i>	<i>DIt</i>	<i>dPt</i>	<i>DPr</i>
			<i>Desde Caesaraugusta</i> ↑			

Tabla 3: Distancias en millas (mp) desde *Asturica* y *Caesaraugusta* al resto de poblaciones de la vía XXVII según el *Itinerario* y Ptolomeo.

Por último, Ptolomeo situaría cada una de las poblaciones mediante el sistema gráfico (*vid. supra* opción B) de forma que se adecuaran lo mejor posible a la orientación del sector de la vía en el que se encontraban y a las distancias “directas” [*dPt*] que las separaban de los dos puntos de referencia, circunstancia que confirma la exactitud de las medidas “directas” desde *Asturica* (*vid. gráfico 3*) y *Caesaraugusta* (*vid. gráfico 4*) respecto a las dadas por el *Itinerario* [*DIt*] (*vid. tabla 3*).<sup>57</sup>

De esta forma, por ejemplo, para determinar la localización de Οὔξαμα Ἀργαίλα [11°30' 42°] el autor pudo trazar dos circunferencias sobre el mapa con los puntos de referencia ya ubicados, una con centro en Ἀστούρικα Αὐγοῦστα [9°30' 44°] de radio igual a la distancia entre ésta y Οὔξαμα Ἀργαίλα, medida que estaría documentada por la fuente itineraria consultada por Ptolomeo y que posiblemente correspondiera a las 156 mp dadas por el *Itinerario* de Antonino, y otra con centro en Καισαραυγούστα [14°30' 41°30'] de radio igual a la separación entre ambas poblaciones, seguramente

<sup>56</sup> *DPr*: distancias “acumuladas” de Ptolomeo; *dPt*: distancias “directas” de Ptolomeo; *DIt*: distancias del *Itinerario* de Antonino (*vid. nota 8*).

<sup>57</sup> Obsérvese que las distancias “directas” deducidas de la obra de Ptolomeo [*dPt*] sólo divergen significativamente de las documentadas por el *Itinerario* de Antonino [*DIt*] en los trayectos cuya orientación no se corresponde con la general del sector: *Brigeco*, *Rauda* y *Augustobriga* (*vid. supra*).

de 145 mp.<sup>58</sup> El resultado serían dos circunferencias secantes con dos puntos de intersección: 12°19' 43"38' y 11°29' 41"58'; que son las únicas ubicaciones posibles de Οὔξαμα Ἀργαίλα que convienen con las distancias entre núcleos. Para discernir cuál de los dos puntos era el que mejor se adaptaba a la posición real de la población el autor sólo tuvo que observar la orientación del sector de la vía en el que ésta se encontraba [*Rauda (Pintia)-Caesaraugusta*] y comprobar que las únicas coordenadas próximas a este recorrido son las meridionales, 11°29' 41"58', que en este caso, además, están refrendadas por la cercana posición de Κλουνία. Finalmente, Ptolomeo pudo “redondear” estas coordenadas a los meridianos y paralelos de 5' más próximos obteniendo así las definitivas: 11°30' 42°.

## CONCLUSIONES

Cumpliendo con el objetivo del presente estudio hemos revelado y definido el sistema de localización utilizado por Ptolomeo para la ubicación de las poblaciones del interior de la península ibérica. Así, hemos constatado que:

### 1. Ptolomeo utilizó un sistema de localización de dos fases:

a) En la primera fase ubicó los dos tipos de puntos de los que disponía de informaciones astronómicas asociadas: aquellos de los que tenía datos completos sobre sus coordenadas y aquellos de los que sólo conocía su latitud.

El autor calculó la posición final del segundo tipo de puntos aplicando el teorema de Menelao a superficies esféricas (Ecuación 4). Para ello tuvo que deducir previamente tres datos: la distancia lineal a los lugares de referencia, que pudo tomar de rutas itinerarias; el valor de las cuerdas, que pudo extraer de una tabla como la incluida en el *Almagesto* (Ptol. *Alm.* 1.11); y la equivalencia del grado de longitud en el paralelo de referencia, que pudo calcular de forma sencilla (*vid.* nota 25) y le permitiría transformar las distancias longitudinales angulares en lineales (tabla 2).

A pesar de la voluntad del autor, la imprecisión de estos datos hizo que cada uno de ellos tuviera asociado un importante error que, en conjunto, distorsionaron notablemente la ubicación de los puntos, así:

- La consideración de la distancia itineraria entre los puntos como medidas en línea recta hizo que la separación general entre puntos aumentara, como señala el propio Ptolomeo (Ptol. *Geo.* 1.4).
- La precisión de 30' de la tabla de cuerdas utilizada hizo que las coordenadas de las poblaciones estuvieran redondeadas a medios segundos,

---

<sup>58</sup> Las medidas de los radios corresponden a la suma de las distancias parciales documentadas por el *Itinerario* de Antonino entre *Asturica* y *Vasama*: 40 + 20 + 22 + 24 + 26 + 24 = 156; y entre *Caesaraugusta* y *Vasama*: 37 + 18 + 17 + 23 + 25 + 25 = 145.

como, por ejemplo: *Asturica* [9°30' E 44° N], *Clunia* [11° E 42° N] y *Caesaraugusta* [14°30' E 41°30' N].

- La elección del paralelo de referencia hizo que todas las medidas longitudinales fueran sólo aproximadas, siendo la magnitud del error proporcional a la distancia entre los dos puntos y de éstos al paralelo.

Por todo ello la ubicación final de los puntos de referencia no pudo ser en ningún caso exacta a pesar, como se ha señalado, de partir de observaciones astronómicas.

b) El autor situó en la segunda fase los puntos de los que sólo tenía informaciones geométricas: étnicas e itinerarias.

Ptolomeo localizó estos puntos siguiendo la red de referencia elaborada en la fase anterior y gracias a la combinación de los dos tipos de datos geométricos. Para ello, primero, tuvo que recopilar de una o varias fuentes itinerarias las vías que unen unos puntos de referencia con otros, anotar las poblaciones que se encontraban en estas rutas manteniendo su orden y calcular la distancia de cada uno de estos núcleos a los puntos de referencia, lo que hizo sumando las distancias parciales de las poblaciones existentes entre ellos. Después hubo de señalar a partir de una fuente corográfica los grupos étnicos a los que se adscribían todas estas poblaciones y apuntar la posición relativa de cada uno de ellos respecto a los demás orientando de esta forma cada uno de los sectores de la vía. Gracias a estos datos y con un simple sistema gráfico pudo determinar la posición final de los puntos, adaptando el resultado a la posición más próxima que respetara la orientación del sector de la vía en el que se encontraba y “redondeando” las coordenadas a los paralelos y meridianos de 5'.

**2.** Cualquier interpretación de la posición absoluta de los puntos del interior de la península ibérica debe tener presente que:

a) La localización de los puntos de referencia, a pesar de estar determinada mediante observaciones astronómicas, estaba condicionada por una serie de datos imprecisos que la hacían inexacta.

b) La ubicación de la mayoría de las poblaciones depende directamente de los lugares de referencia utilizados por Ptolomeo para su determinación y, por tanto, sólo puede comprenderse mediante la identificación de estos.

c) Las distancias entre los puntos y los lugares de referencia deducibles de sus coordenadas, preferiblemente mediante la Ecuación 1 (*vid.* nota 9), corresponden a las distancias itinerarias entre ellas calculadas por Ptolomeo.

d) Las distancias entre los puntos intermedios —aquellos que no son de referencia— no son consideradas por el autor para su ubicación y, por tanto, su coincidencia o no con la medida documentada por la fuente itineraria sólo depende de su situación respecto a los puntos de referencia y a la casualidad.

e) De todo ello se deduce la imposibilidad de inferir directamente de las coordenadas ptolemaicas la posición actual de los puntos señalados, independientemente de las transformaciones que sobre ellas se hagan pues, en realidad, éstas no reflejan su localización absoluta sino sólo su posición relativa respecto a unos puntos de referencia, cuya ubicación, a su vez, distaba de ser exacta.

3. A pesar de los límites geográficos del presente estudio, queremos finalizar nuestro trabajo anotando la posibilidad de que Ptolomeo utilizara el sistema de localización aquí desarrollado para la ubicación de las poblaciones interiores de otras regiones descritas en la *Geographia*.

## APÉNDICE I

El *Iter ab Asturica per Cantabriam Caesaraugustam* en el *Itinerario* de Antonino

439	15	<b>Item ab Asturica per Cantabriam Caesaraugustam</b>	59	60
	16	<b>gustam</b>	mp CCCI sic	61
440	1	Brigeco	mp XL	62
	2	Intercatia	mp XX	63
	3	Tela	mp XXII	64
	4	Pintiam	mp XXVIII	65
441	1	Rauda<>Cluniam	mp XXVI	66

<sup>59</sup> Seguimos las ediciones de Wesseling 1735, Parthey y Pinder 1848 y Cuntz 1929.

*Codices:* **B:** *Parisiensis Regius* (s. IX). **C:** *Parisiensis Regius* (s. XII). **F:** *Blandiniani apographum Aurelianense* (an. 1511). **G:** *excerpta Aurelianensia*. **J:** *Remensis* (an. 1417). **L:** *Vindobonensis* (s. VIII), con partes de una segunda ( $L^2$ ) y una tercera mano ( $L^3$ ) (Cuntz, 1929, pág. V). **M:** *Dresdensis* (an. aprox. 1000). **N:** *Vaticanus* (s. XIV). **O:** *Matritensis* (s. XIV/XV). **Q:** *Florentinus* (s. XV). **R:** *Florentinus* (s. X). **T:** *Parisiensis Regius* (s. XV). **U:** *Monacensis* (s. XVI). **V:** *Monacensis* (s. XV).

*Ceteri codices:* **Liber Hieronymi Pauli:** *Liber Hieronymi Pauli Barcinonensis ad R. D. Rodericum Epm. Portuen. Cardinalem Valentinum de fluminibus et montibus Hispaniarum libellus* que incluye los *excerpta ex Itinerario Antonini Pii et Theodosii de Hispaniis* (vid. Parthey y Pinder 1848, xxxi).

Cuntz parte del *stemma* planteado por Kubitschek y prioriza las lecturas de los códices *L, B, R* y *C* (vid. Cuntz 1929, IV-VII).

<sup>60</sup> [Cantabriam] Cantabria BJLNR. Reinesio (lt. *Thom. Reinesius*) corrige como *Celtiberiam* entendiendo que la *via* no transcurre por *Cantabria* (Wesseling 1735, 439-440) —seguido por Wesseling 1735, 439-440, Flórez 1786, 199-202 y Cortés 1835, 272 [nota 6]—.

<sup>61</sup> [Caesaraugustam] FG Caesaraugusta *codd.*, Cesaraugusta JM, Cesarea augusta O, Cesaraugusta R. CCCI] R II minus *in marg.* L —la corrección parte de la distancia de XX mp en lugar de XXII mp entre *Tela* y *Pintiam* en *L* (vid. 440.3)—. || sic.] *om. J.*

<sup>62</sup> [Brigeco] Brigeca N, Brigero OQ. Wesseling 1735, 440, corrige como *Brigecio*.

<sup>63</sup> [Intercatia] Intercaria O. || XX] XXII *Liber Hieronymi Pauli*.

<sup>64</sup> XXII] XX L, XXII L<sup>3</sup>.

<sup>65</sup> [Pintiam] Piriciam r.

	2	Vasamam	mp XXIII	67
442	1	Voluce	mp XXV	68
	2	Numantia	mp XXV	69
	3	Augustobriga	mp XXIII	70
	4	Turiassone	mp XVII	71
443	1	Caravi	mp XVIII	72
	2	Caesaraugusta	mp XXXVII	73

El *Iter ab Asturica per Cantabriam Caesaraugustam* en la Γεωγραφικῆς ὑφηγήσις de Ptolomeo

2.6.28<sup>0</sup> Ἀπ' ἀνατολῶν δὲ τούτων παράκειται ἡ Ἄστούρια, καὶ πόλεις ἐν αὐτῇ αἴδε 74  
75

<sup>66</sup> \*Rauda<Cluniam] Raudacluniam *codd.*, Raudamclumam R, Randiaduniam Q, Radacluniam N, Rauda mp XI cluniam mp XVI O ? (Mañanes y Solana 1985, 42; Saavedra 1862, 77)—, Rauda Cluniae mp XVI *Liber Hieronymi Pauli*. Schott transmite como *Rauda mp XI, Clunia XVI* (Wesseling 1735, 441). Siguiendo a Schott, Cortés 1835, 273 [notas 2, 3] corrige como *Rauda mp XL o LI, Clunia XXI*, parte para ello de las distancias entre Valladolid (Valladolid), Roa (Burgos) y Coruña del Conde (Burgos) —reducciones según el autor de *Pintia, Rauda* y *Clunia* respectivamente—. Cuntz 1929 68, señala una distancia de de XL mp entre *Pintiam* y *Rauda* y XXXI mp entre *Rauda* y *Clunia* —seguido por Mañanes y Solana 1985, 42-43)—. Roldán 1975, 90, plantea una distancia de XL mp entre *Pintia* y *Clunia* y XXVI mp entre ésta y *Clunia*.

<sup>67</sup> Vasamam] Vasanam BF, Vesaniam G, Vasaniam U. Zurita (Schott 1600) corrige como Uxamam (*vid.* Wesseling, 1735, 441-442) —seguido por los editores posteriores—. || XXIII] XXXIII CMOQTUV.

<sup>68</sup> xxv] xv CGMOQTUV. Mañanes y Solana 1985, 46-47) corrigen como *xx mp* partiendo de las distancias entre el Burgo de Osma (Soria), el “Cerro de los Castejones” (Catalañazor, Soria) y Garray (Soria) —reducciones de *Uxama, Voluce* y *Numantia* respectivamente—, lo que se ajusta a la distancia de *XLV mp* entre *Vasamam* y *Numantia* propuesta por Cuntz 1929, 68.

<sup>69</sup> Numantia] Numancia FG, Numanciam R, Namantia B. || xxv] Saavedra 1862, 77, señala las variantes *xxiii mp* y *xxxiii mp*, éstas, sin embargo, corresponden a la distancia entre *Numantia* y *Augustobriga* (*vid.* 442.3) —Blázquez 1892, 96, recoge la variante 24 mp posiblemente partiendo de la obra de Saavedra—.

<sup>70</sup> Augustobriga] *sic* BLN, Augustobrica FGR, Augustaeblica C, Augustabrica MOQTUV, Austugobriga J. || xxiii] xxiii BCGMOQTU, xxxiii R. Ambrosio de Morales y Jerónimo Zurita (Schott 1600) señalan las *xxiv mp* como la distancia correcta (*vid.* Wesseling, 1735, 443). Cuntz 1929, 68, señala una distancia de *xxviii mp*.

<sup>71</sup> Turiassone] Turiasone MOQTUV. Parthey y Pinder 1848, 211, creen que la lectura correcta es *Turiasone* partiendo de la leyenda TVRIASO de las acuñaciones de la población. || xvii *codd.*: xiii F.

<sup>72</sup> Caravi] *sic* BFJLN, Caravia *codd.* || xviii] Cortés 1835, 273 [nota 9] plantea la corrección *xxiii mp* siguiendo la edición de León.

<sup>73</sup> Caesaraugusta] *sic* JMR, Caesarea augusta Q, Cesarea augusta O.

<sup>74</sup> Partimos de la edición de Stückerberger y Grasshoff 2006. Hemos consultado directamente los códices X, V, R y A.

*Codices*: **Q**: U: *Vaticanus Urbinae Graecus* 82 (s. XIII). **K**: *Seragliensis GI* 57 (s. XIII). **V**: *Vaticanus Graecus* 177 (s. XIII). **R**: *Marcianus Graecus* 516 (s. XIV). || **X**: *Vaticanus Grae-*

2.6.29	0	<b>Βριγακινῶν</b>			76
	1	Βριγαίκιον	ι	μδ Λιβ'	77
2.6.35	0	<b>Ἄμακῶν</b>			78
	1	Ἄστούρικα Αὐγούστα	θ Λ'	μδ	79
2.6.49	0	Τὰ δέ ἐντὸς τούτων <b>Οὐακκαῖοι</b> , ἐν οἷς πόλεις αἶδε			80
	1	Βαργιακίς	θ Λδ'	μγ γιβ'	81
	2	Ἰντερκατία	ι δ'	μγ γιβ'	82
	9	Γέλλα	θ γο'	μβ γο'	83
	11	Ῥαῦδα	θ γ'	μβ Λιβ'	84
	17	Πίντια	ι ζ'	μβ	85
2.6.54	0	Καὶ ὑπὸ μὲν τούς Μουρβόγους <b>Πελένδονες</b> , ἐν οἷς πόλεις			86
	2	Αὐγουστόβριγα	ια Λ'	μβ γο'	87

cus 191 (s. XIII). || A: *Vaticanus Palatinus Graecus 388* (s. XV). O: *Florentinus Laurentianus xxviii, 49* (s. XIV).

<sup>75</sup> Ἄστούρια] Ἀστουρικά x. αὐτῆ] αἶδε add. Wilberg Nobbe Müller.

<sup>76</sup> Βριγακινῶν] Βρισαικινῶν UKVRAO, Βριγεκίνων X, el texto debe ser corregido como Βριγακινῶν de acuerdo con otras fuentes: *Brigaecini* (Flor. 2.33) (Müller 1883, 160).

<sup>77</sup> Βριγαίκιον] Βηγέκιον X. ι μδ Λιβ'] ι μδ Λγ' UKVRAO Wilberg Nobbe Müller Stückelberger y Grasshoff. Las coordenadas μδ Λιβ' [44°35'] corresponden mejor con la distancia de 40 mp entre *Asturica* y *Brigeco* documentada por el *Itinerario* de Antonino (*It.* 440.1), lo que Müller 1883, 160, no considera al identificar *Brigeco* con Βαργιακίς.

<sup>78</sup> Ἄμακῶν] Ἀμάκων X.

<sup>79</sup> Ἄστούρικα] Αὐστούρικά XO. Αὐγούστα] Αὐγούστα O v *sec.* Müller.

<sup>80</sup> Οὐακκαῖοι] Οὐακναῖοι UKVRAO, Οὐακκάιοι x *sec.* Müller, Οὐακναῖοι ἢ Οὐακκαῖοι Nobbe. πόλεις] αἶδε add. Nobbe Müller. El orden de las poblaciones está basado en su longitud en O: Ἐλδανα, Σεντική, Ῥαῦδα, Σεποντία Παραμήκη, Σαραβρίς, Πόρτα Αὐγούστα, Γέλλα, Ἀλβόκελα, Κωούγιον, Ἐκτόδουρον, Βαργιακίς, Σετίσσημα Ἰουλία, Ἄντρακα, Καύκα, Ἰντερκατία, Πιντία, Λακόβριγα, Ἄλουία, Παλαντία, Οὐμνάκιον.

<sup>81</sup> θ Λδ' μγ γιβ'] θ Λδ' μγ Λγιβ' UKVRAO Stückelberger y Grasshoff, θ Λδ' μγ Λ' Nobbe.

<sup>82</sup> ι δ' μγ γιβ'] ι ζ' μγ γιβ' O.

<sup>83</sup> Γέλλα] Πέλλα X, Γέλλα ἢ Πέλλα Nobbe. θ γο' μβ Λγιβ'] θ γο' μβ γο' UVRAO Stückelberger y Grasshoff, θ γο' μγ γο' Nobbe 1843, 90, y Müller 1883, 166, mantienen la lectura μβ Λγιβ' [42°55']. Siguiendo estas coordenadas, Müller (1883, 160 y 166) deduce una distancia de 40 mp [en realidad 41,03] entre Ἰντερκατία y Γέλλα y 25 mp [25,85] entre ésta y Ῥαῦδα —cuya posición es la de Πίντια según la teoría del autor (1883, 166-167)—. Sin embargo, las coordenadas dadas por la mayoría de los códices, μβ γο' [42°40'], corresponden mejor con la distancia entre Γέλλα y Ἀστούρικα Αὐγούστα, 82 mp según el *Itinerario* de Antonino y 83,68 mp según puede deducirse de la obra de Ptolomeo.

<sup>84</sup> Ῥαῦδα] Ῥάυδα vx, Ῥαῦδα x *sec.* Müller Nobbe. θ γ' μβ Λιβ'] θ γ' μβ Λ' UKVRAO Nobbe Stückelberger y Grasshoff. Müller 1883, 166, mantiene la lectura μβ Λιβ' [42°35'], sin embargo, la ausencia de evidencias que permitan corregir las coordenadas transmitidas por la mayoría de los códices hace preferible mantener éstas, μβ Λ' [42°30'], así Nobbe 1843, 90).

<sup>85</sup> Πίντια] Πιντία XO.

<sup>86</sup> Μουρβόγους] Μουβούργους X, Μουβόργους x *sec.* Müller.

<sup>87</sup> Αὐγουστόβριγα] Αὐγουστοβρίγα X.

2.6.56	0	Ἐπὸ δὲ τοὺς Πελένδονας καὶ τοὺς Βήρωνας Ἄρεουάκαι, ἐν οἷς πόλεις			88
	2	Κλουνία κολωνία	ια	μβ	89
	4	Οὔξαμα Ἀργέλαι	ια Λ'	μβ	90
	6	Οὔελουκα	ια Λγ'	μα Λγιβ'	91
	8	Νουμαντία	ιβ Λ'	μα Λγ'	92
	9	*Νοοῦ{δ}<α> Αὐγούστα	ιγ δ'	μβ ζ'	93
2.6.58	0	Ἄνατολικώτεροι δὲ τούτων <b>Κελτίβήρες</b> , ἐν οἷς πόλεις			94
	2	Τουριασσώ	ιγ Λ'	μα Λγ'	95
2.6.63	0	Ἄνατολικώτεροι δὲ τούτων τε καὶ τῶν Βασιτανῶν καὶ τῶν Κελτιβήρων <b>Ἡδητανοὶ</b> καὶ πόλεις μεσόγειοι			96
	1	Καισαραυγούστα	ιδ Λ'	μα Λ'	97

<sup>88</sup> Ἄρεουάκαι] Ἄραιουάκες X, Ἄραιουάκες X sec. Müller. πόλεις] μεσόγειοι *add.* UKVRAO, μεσόγειοι αἶθε Nobbe.

<sup>89</sup> κολωνία] κολώνεια VR.

<sup>90</sup> Οὔξαμα Ἀργέλαι] Οὔξαμα Ἀργέλλαι V Wilberg Nobbe, Οὔξαμαργέλα X, Οὔξαμα Ἀργέλα X sec. Stückelberger y Grasshoff Stückelberger y Grasshoff, Οὔξαμα Ἀργαῖλα Müller, el texto debe ser corregido como Οὔξαμα Ἀργαῖλα de acuerdo con las inscripciones: *Uxamensis Argelorum* (CIL II 696), *Uxama A(r)gaela* (CIL II 2907) (Müller 1883, 173). ια Λ' μβ] ια Λγ' μβ γιβ' X.

<sup>91</sup> Οὔελουκα] Οὔελούκα X. ια Λγ' μα Λγιβ'] ια γ' μα Λγ' UKVAO Wilberg Nobbe Stückelberger y Grasshoff, ια γ' μα Λ' R.

<sup>92</sup> ιβ Λ' μα Λγ'] ιγ Λιβ' μβ Λδ' UKVRA Stückelberger y Grasshoff, ιγ Λιβ' μα Λγιβ' O.

<sup>93</sup> \*Νοοῦα Αὐγούστα] Νοουδαυγούστα UKVRAO, Νοοῦγα Αὐγούστα X, Νοουδαυγούστα ἢ Νοοῦα Αὐγούστα Nobbe, el texto debe ser corregido como Νοοῦα Αὐγούστα de acuerdo con el resto de autores: *Nova Augusta* (Plin. *HN* 3.27) (Müller, 1883, 174). ιγ δ' μβ ζ'] ιγ δ' μβ Λ' UKVRAO Stückelberger y Grasshoff.

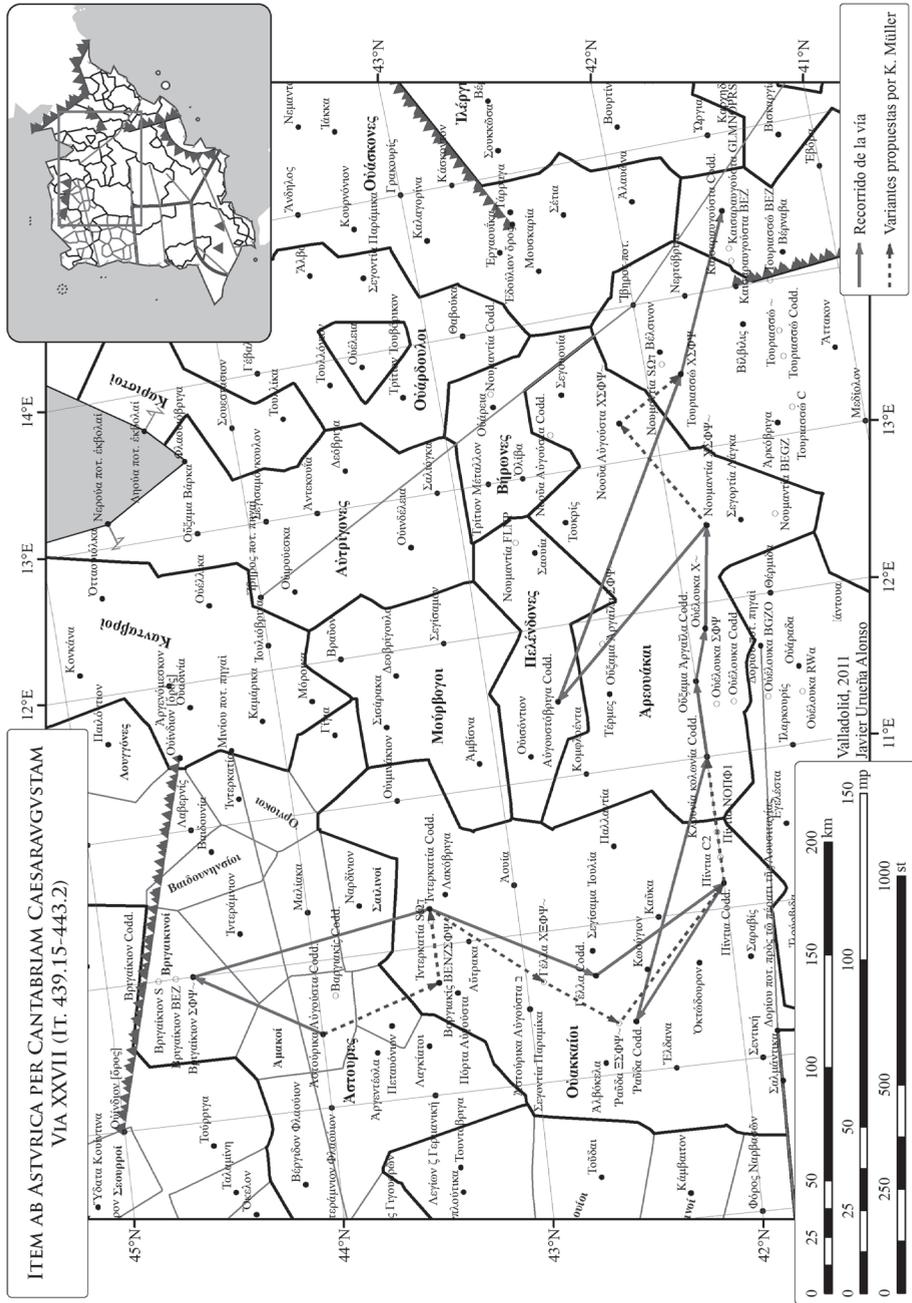
<sup>94</sup> El orden de las poblaciones está basado en su longitud en O: Ἰστόνιον, Οὔρκεσα, Ἄλαβα, Καίσαδα, Ἐργαούικα, Λιβάνα, Οὐαλερία, Βούρσαδα, Μεδίολον, Σηγόβριτα, Ἀρκόβριγα, Κονδαβόρα, Τουριασσώ, Ἄττακον, Λάξτα, Βέλσινον, Νερτόβριγα, Βίλβις.

<sup>95</sup> Τουριασσώ] Τουριασώ V, Τουριασώ R, Τουριασώ V sec. Müller, Τουριασ(σ)ώ Nobbe. ιγ ζ' μα Λγ'] ιγ Λ' μα γ' UKVRAO Stückelberger y Grasshoff, ιγ Λιβ' μα Λγ' Wilberg, ιγ γο' μα γο' Nobbe.

<sup>96</sup> Βασιτανῶν] Βαστητανῶν X. Ἡδητανοί] οἱ Δητανοί UK, οἱ Ἡδητανοί O. καὶ] τε καὶ VR Nobbe. El orden de las poblaciones está basado en su longitud en O: Βάρναβα, Βέλεια, Καισαραυγούστα, Ὀσικέρδα, Ἡτόβησα, Ἡδητα ἢ καὶ Ληρία, Δαμανία, Σαγουντοῦν, Ἐβόρα, Ἄρσι, Λεονίκα, Λάσσιρα.

<sup>97</sup> Καισαραυγούστα] Καίσαρ Αὐγούστα U, Καισαραυγούστα Ut, Καισάρεια Αὐγούστα VRA Nobbe, Καλσάρεια Αὐγούστα X, Καισάρεια Αὐγούστα X sec. Müller. ιδ Λ' μα Λ'] ιδ δ' μα Λ' UKVRAO Stückelberger y Grasshoff; ἐπίσημος *add.* R.

APÉNDICE II



Mapa 1: Representación de la vía xxvii en el mapa de Ptolomeo.

Via XXVII  
 Comparación de las distancias entre un punto y el origen. Diferencia porcentual (8%)  

$$= ((dPt - Dit) / Dit) \cdot 100$$

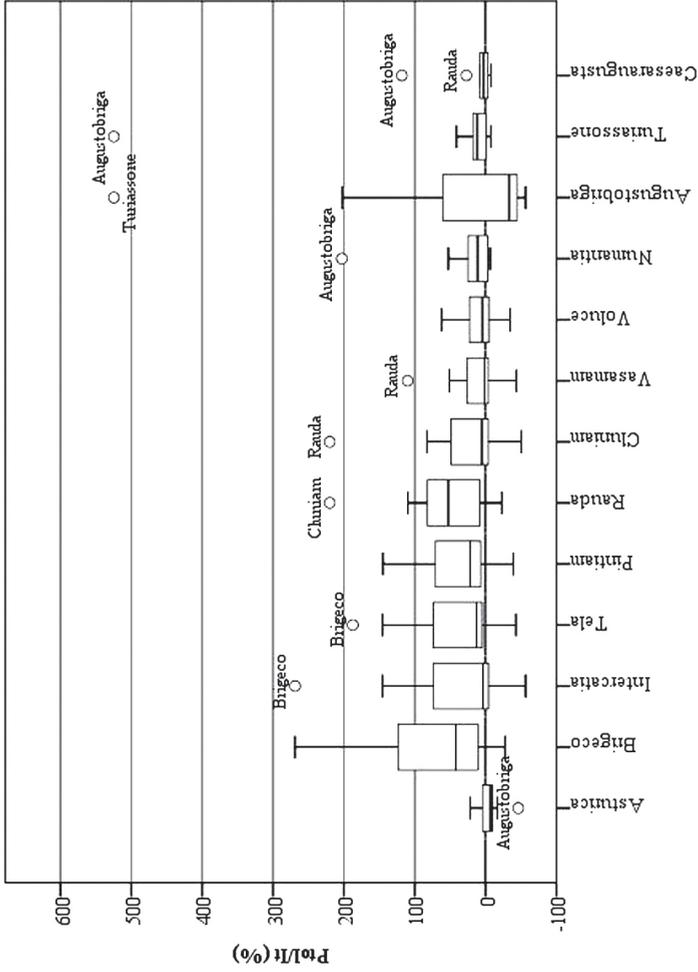


Gráfico 1 : Valor porcentual de la diferencia de las distancias “directas” de Ptolomeo [dPt] respecto a las distancias documentadas por el *Itinerario* de Antonino entre las poblaciones de la vía xxvii

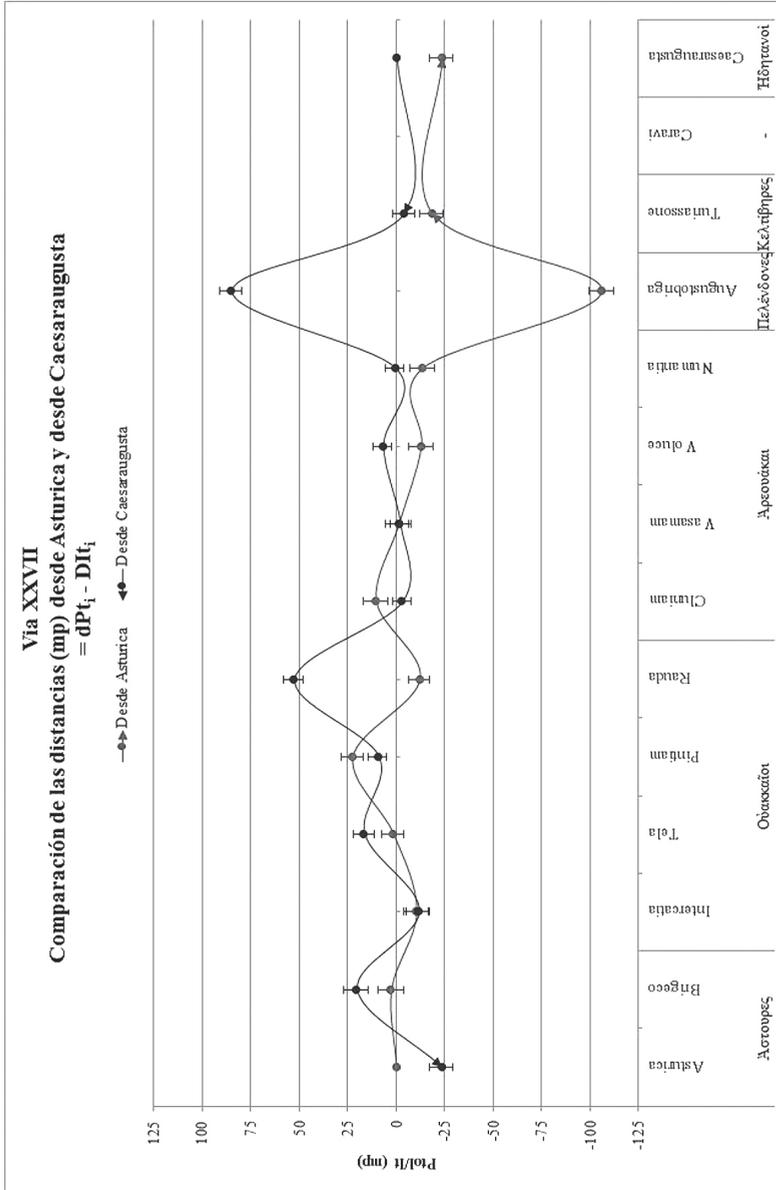


Gráfico 2: Diferencias de las distancias “directas” de Ptolomeo [dPt] respecto al *Itinerario* de Antonino [DI] desde *Asturica* y *Caesaraugusta* al resto de poblaciones de la vía XXVII.

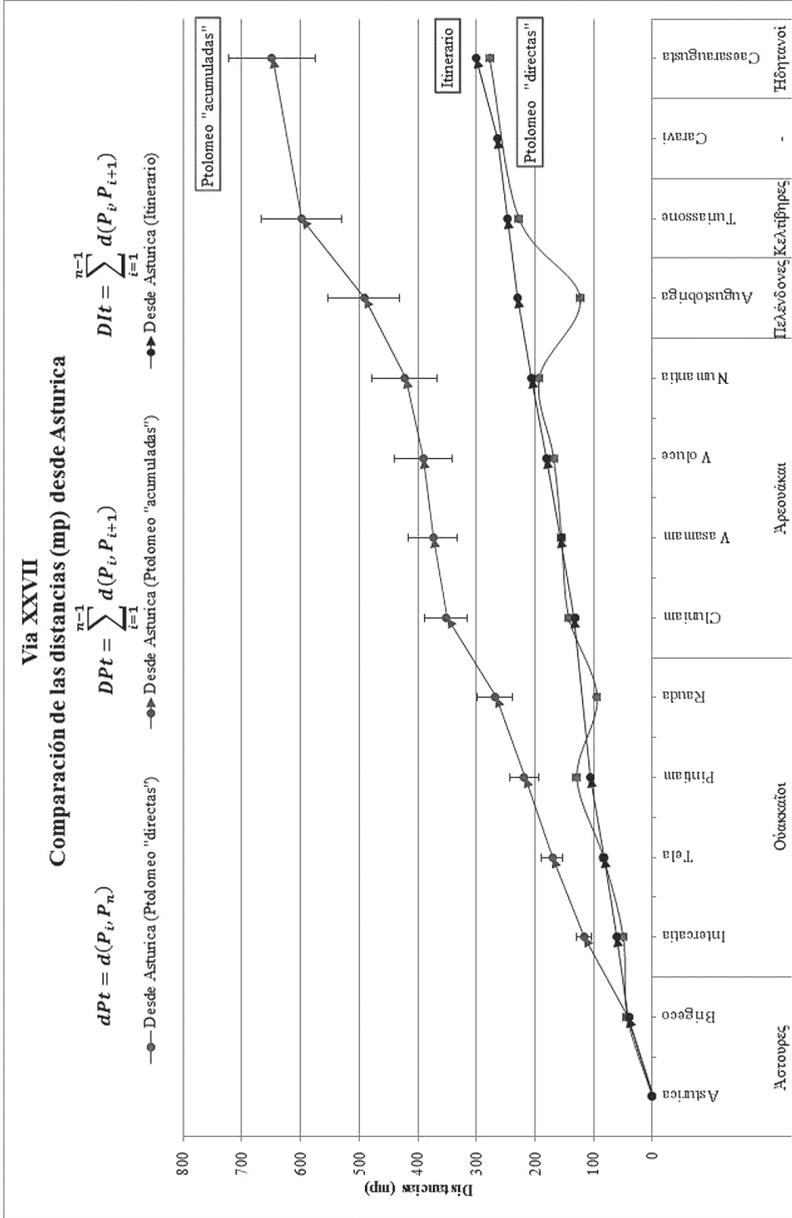


Gráfico 3: Comparación de las distancias "directas" [dPt] y "acumuladas" [DPT] según Ptolomeo y el *Itinerario* de Antonino [DIt] desde *Asturica* al resto de poblaciones de la via XXVII.

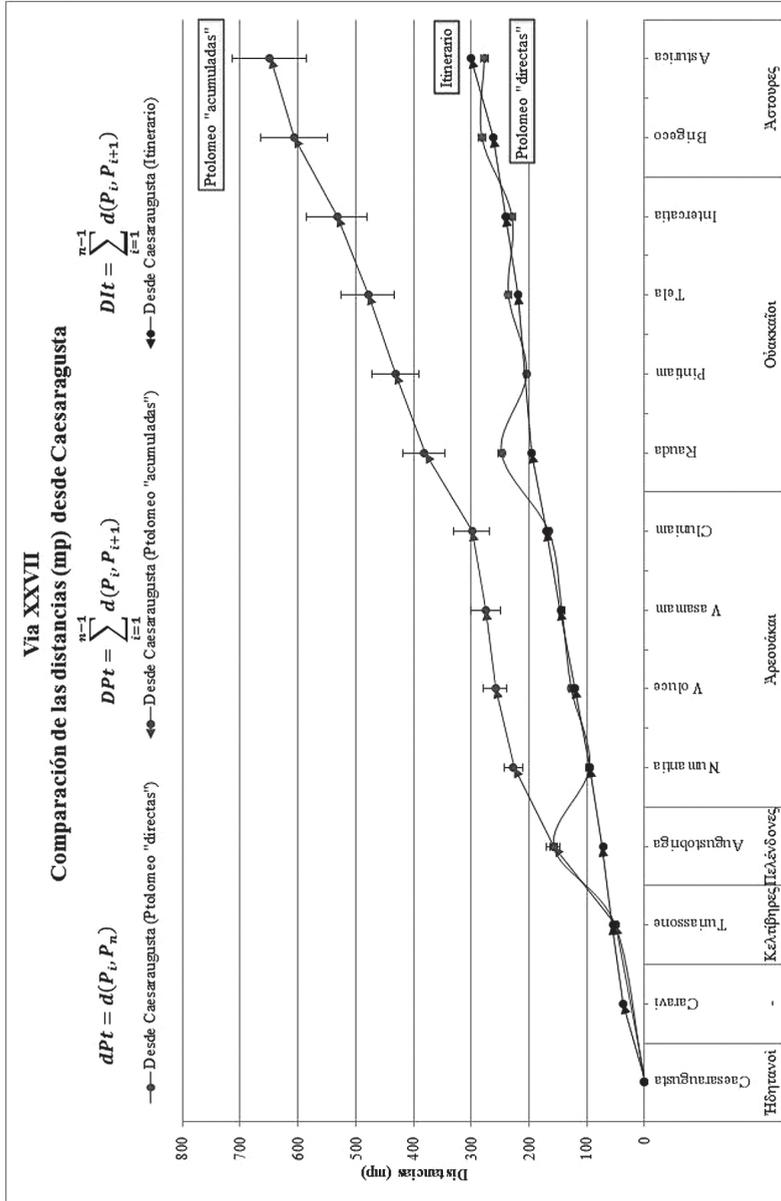


Gráfico 4: Comparación de las distancias "directas" [dPt] y "acumuladas" [Dpt] según Ptolomeo y el *Itinerario* de Antonino [DIt] desde *Caesaragusta* al resto de poblaciones de la via XXVII.

		Αστ	Βριγαίκ	Βαργιακ	Ίντερκατ	Γέλλα	Πίν	Ψαῦδα	Κλο	Οὔξαμα						
Coordenadas		9°30' 44°	10° 44'35'	10°44°50'	9°45' 43°25'	9°45' 43°55'	10°15' 43°25'	10°10' 43°25'	9°40' 42°40'	9°40' 42°55'	10°10' 42°	9°20' 42°30'	9°20' 42°35'	11° 42°	11°30' 42°	11°50' 42°25'
Cód.		Codd.	X	Ω	X	Ω	XΩ	O	Ω	X	Codd.	Ω	X	Codd.	Ω	X
Άστούρικα	Codd.	●	43	57	38	12	50	47	84	68	129	94	89	143	155	145
Βριγαίκιον	X	43	●	16	74	43	74	73	121	105	162	134	129	168	175	159
	Ω	57	16	●	89	58	89	89	136	121	177	149	144	183	190	172
Βαργιακίς	X	38	74	89	●	31	23	19	47	31	91	60	55	106	120	114
	Ω	12	43	58	31	●	39	36	78	63	121	91	85	133	144	133
Ίντερκατία	XΩ	50	74	89	23	39	●	4	54	41	89	71	67	95	106	96
	O	47	73	89	19	36	4	●	52	39	89	69	65	96	108	99
Γέλλα	Ω	84	121	136	47	78	54	52	●	16	48	19	16	74	94	101
	X	68	105	121	31	63	41	39	16	●	62	30	26	84	102	104
Πίντια	Codd.	129	162	177	91	121	89	89	48	62	●	50	53	39	62	81
Ψαῦδα	Ω	94	134	149	60	91	71	69	19	30	50	●	5	83	105	115
	X	89	129	144	55	85	67	65	16	26	53	5	●	85	107	116
Κλουνία	Codd.	143	168	183	106	133	95	96	74	84	39	83	85	●	23	47
Οὔξαμα	Ω	155	175	190	120	144	106	108	94	102	62	105	107	23	●	30
	X	145	159	172	114	133	96	99	101	104	81	115	116	47	30	●
Οὐέλουκα	X	168	186	200	134	157	119	121	111	118	78	121	123	39	16	31
	Ω	159	182	197	123	149	111	113	93	102	55	102	104	19	13	43
	R	155	177	192	119	144	106	108	90	99	54	100	101	16	9	39
Νουμαντία	X	193	206	219	161	181	143	146	141	147	109	152	154	71	48	48
	Ω	201	198	208	180	189	158	161	180	180	165	196	196	128	107	83
	O	228	233	244	200	215	180	183	187	191	159	200	201	120	97	87
Αὔγουστόβρ.	Codd.	123	138	151	93	112	74	77	84	86	74	100	100	48	42	22
Ν. Αὔγούστα	X	206	211	222	179	194	158	162	168	172	143	182	183	105	82	67
	Ω	195	197	207	170	182	149	152	165	167	146	180	180	109	87	66
Τουριασσώ	X	216	224	236	186	204	167	170	170	175	140	182	184	101	78	72
	Ω	248	259	271	217	236	199	202	197	203	161	207	209	124	102	103
Caravi																
Καισαραυγ.	X	278	282	292	250	265	230	233	236	241	204	248	249	166	143	137
	Ω	268	273	284	240	256	220	223	225	230	193	237	238	155	132	126

*El método cartográfico de Ptolomeo: análisis del sistema de localización...*

Ουέλουκα			Νουμαντία			Αύγ	N. Αύγ	Τουριασ		Car	Καισαρ		Coordenadas		
11°50' 41°55'	11°20' 41°50'	11°20' 41°55'	12°30' 41°50'	13°35' 42°45'	13°35' 42°55'	11°30' 42°40'	13°15' 42°10'	13°15' 42°30'	13°30' 41°50'	13°30' 41°20'	14°30' 41°30'	14°15' 41°30'			
X	Ω	R	X	Ω	O	Codd.	X	Ω	X	Ω	X	Ω	Cód.		
168	159	155	193	201	228	123	206	195	216	248		278	268	Codd.	Αστούρικα
186	182	177	206	198	233	138	211	197	224	259		282	273	X	Βρυγαίκιον
200	197	192	219	208	244	151	222	207	236	271		292	284	Ω	
134	123	119	161	180	200	93	179	170	186	217		250	240	X	Βαργιακίς
157	149	144	181	189	215	112	194	182	204	236		265	256	Ω	
119	111	106	143	158	180	74	158	149	167	199		230	220	XΩ	Ίντερκατία
121	113	108	146	161	183	77	162	152	170	202		233	223	O	
111	93	90	141	180	187	84	168	165	170	197		236	225	Ω	Γέλλα
118	102	99	147	180	191	86	172	167	175	203		241	230	X	
78	55	54	109	165	159	74	143	146	140	161		204	193	Codd.	Πίντια
121	102	100	152	196	200	100	182	180	182	207		248	237	Ω	Ψαῦδα
123	104	101	154	196	201	100	183	180	184	209		249	238	X	
39	19	16	71	128	120	48	105	109	101	124		166	155	Codd.	Κλουνία
16	13	9	48	107	97	42	82	87	78	102		143	132	Ω	Οὔξαμα
31	43	39	48	83	87	22	67	66	72	103		137	126	X	
●	24	23	31	96	81	49	68	75	62	86		127	116	X	Ουέλουκα
24	●	5	54	119	105	53	91	98	85	106		149	138	Ω	
23	5	●	55	116	105	48	90	96	85	108		150	139	R	
31	54	55	●	76	51	70	41	54	31	56		96	84	X	Νουμαντία
96	119	116	76	●	52	96	40	22	60	89		89	84	Ω	
81	105	105	51	52	●	107	22	40	20	37		50	41	O	
49	53	48	70	96	107	●	87	81	93	125		157	147	Codd.	Αύγουστόβρ.
68	91	90	41	40	22	87	●	21	21	53		72	62	X	N. Αύγούστα
75	98	96	54	22	40	81	21	●	42	74		85	78	Ω	
62	85	85	31	60	20	93	21	42	●	35		66	55	X	Τουριασσώ
86	106	108	56	89	37	125	53	74	35	●		48	37	Ω	
															Caravi
127	149	150	96	89	50	157	72	85	66	48		●	12	X	Καισαραυγ.
116	138	139	84	84	41	147	62	78	55	37		12	●	Ω	

Tabla 4. Distancias (mp) entre las poblaciones (con variantes) de Ptolomeo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Berthelot 1932: A. Berthelot, “Les donnés numériques fondamentales de la Géographie Antique. D’Ératosthène a Ptolémée”, *RA* 5.36, 1932, 1-34.
- Berthelot 1933: A. Berthelot, “La côte océanique de Gaule d’après Ptolémée”, *REA* 35, 1933, 293-302.
- Blázquez 1892: A. Blázquez, “Nuevo estudio sobre el *Itinerario* de Antonino”, *BRAH* 21, 1892, 54-128.
- Bunbury 1879: E. H. Bunbury, *A History of Ancient Geography*, vol. 2, Londres 1879.
- Canto 1999: A. M. Canto, “Una nueva imagen de Ptolomeo: hipótesis de ubicación de ciudades vasconas”, en: *VII CLCP*, Salamanca 1999, 339-358.
- Capalvo: Á. Capalvo, *Celtiberia: un estudio de fuentes literarias antiguas*, Zaragoza 1986.
- Cortés y López 1835: M. Cortés y López, *Diccionario geográfico-histórico de la España antigua*, Madrid 1835.
- Cuntz 1923: O. Cuntz, *Die Geographie des Ptolemaeus*, Berlín 1923.
- Cuntz 1929: O. Cuntz (ed.), *Itineraria Romana*, Leipzig 1929.
- Flórez 1786: E. Flórez, *La Cantabria. Disertación sobre el sitio, y extensión que tuvo en tiempo de los romanos*, vol. 24.1, Madrid 1786.
- García 2003: J. L. García, *La Península ibérica en la Geografía de Claudio Ptolomeo*, Vitoria 2003.
- Gómez 1997: J. M. Gómez, “La geografía de la Hispania citerior en C. Tolomeo”, *Polis* 9, 1997, 183-247.
- Gómez 2005: J. M. Gómez, “Sobre la antigua cartografía y sus métodos: los fundamentos numéricos de la Hispania de Claudio Ptolomeo”, *Iberia* 8, 2005, 35-64.
- Knapp 1993: R. C. Knapp, “Ptolomeo y la red viaria de la Bética”, en: *Actas del I Coloquio de Historia Antigua de Andalucía, Córdoba 1988*, vol. 2, Córdoba 1993, 103-110.
- Mañanes y Solana 1985: T. Mañanes y J. Solana, *Ciudades y vías romanas en la cuenca del Duero*, Valladolid 1985.
- Martínez 1964: E. Martínez Hombre, *Vindius. El lado septentrional clásico en Hispania*, Madrid 1964.
- Monteagudo 1947: L. Monteagudo, “Galicia en Ptolomeo”, *CuadGallegos* 8, 1947, 609-653.
- Montero 1991: J. Montero, *Carpetanos y vettones en la Geografía de Ptolomeo*, Madrid 1991.
- Müller 1855: K. Müller, *Geographi Graeci minores*, vol. 1, París 1855.
- Müller 1867: K. Müller, “Rapports sur les manuscrits de la géographie de Ptolémée”, *ArchMiss* 2.4, 1867, 279-298.
- Müller 1883: K. Müller (ed.), *C. Ptolemaei Geographia*, vol. 1, París 1883.
- Nobbe 1843: K. F. A. Nobbe (ed.), *C. Ptolemaei Geographia*, vol. 1, Leipzig 1843.

- Parthey y Pinder 1848: G. Parthey y M. Pinder, *Itinerarium Antonini Augusti et Hierosolymitanum*, Berlín 1848.
- Roldán 1975: J. M. Roldán Hervás, *Itineraria Hispana*, Valladolid 1975.
- Ruiz y Almagro 1992: G. Ruiz y M. Almagro (eds.), *Paleo-etnología de la Península Ibérica (= Complutum 2/3)*, Madrid 1992.
- Saavedra 1862: E. Saavedra, *Discursos leídos ante la Real Academia de la Historia en la recepción pública de don Eduardo Saavedra el día 28 de diciembre de 1862*, Madrid 1862.
- Saavedra 2000: E. Saavedra, *Descripción de la Vía Romana entre Uxama y Augustóbriga*, Madrid 2000 (1ª ed. 1864).
- Schott 1600: A. Schott (ed.), *Itinerarium Antonini Augusti*, Colonia 1600.
- Sidoli 2004: N. Sidoli, *Ptolemy's mathematical approach*, Toronto 2004.
- Solana 1972: J. M. Solana Sáinz, "Ensayos sobre el valor del grado Ptolemaico", *HAnt* 2, 1972, 69-76.
- Stückelberger y Grasshoff 2006: A. Stückelberger y G. Grasshoff, *Ptolemaios Handbuch der Geographie*, vols. 1-2, Basilea 2006.
- TIR K-29: *Tabula Imperii Romani. Hoja K-29: Porto*, Madrid 1991.
- TIR K-30: *Tabula Imperii Romani. Hoja. Hoja K-30: Madrid*, Madrid 1993.
- TIR J-29: *Tabula Imperii Romani. Hoja. Hoja J-29: Lisboa*, Madrid 1995.
- TIR J/K-29: *Tabula Imperii Romani. Hoja J/K-31: Tarraco*, Madrid 1997.
- TIR J-30: *Tabula Imperii Romani. Hoja J-30: Valencia*, Madrid 2001.
- Tornadijo 2008a: T. F. Tornadijo, "Confirmación de la posición de 'Flavio-navia' por igualación de áreas de triángulos esféricos", *Investigaciones geográficas* 47, 2008, 175-184.
- Tornadijo 2008b: T. F. Tornadijo, "Transformaciones de longitud y latitud para Ptolomeo. Addenda et corrigenda", *El Nuevo Miliario* 6, 2008, 24.
- Tornadijo 2008c: T. F. Tornadijo, "Los enclaves oretanos, galaicos y vacceos en Ptolomeo. Propuestas para una integración de mediciones", *El Nuevo Miliario* 6, 2008, 5-23.
- Tovar 1974-89: A. Tovar, *Die Volker und die Stadte des antiken Hispanien. Iberische landeskunde*, vols. 1-3, Baden-Baden 1974-89.
- Tsorlini 2009: A. Tsorlini, "Higher order systematic effect in Ptolemy's Geo-graphia coordinate description of Iberia", *e-Perimtron* 4.2, 2009, 117-130.
- Wesseling 1735: P. Wesseling (ed.), *Vetera Romanorum Itineraria*, Amsterdam 1735.

Javier Urueña Alonso  
Universidad de Valladolid  
correo-e: [uruenaalonso@gmail.com](mailto:uruenaalonso@gmail.com)

Fecha de recepción del artículo: 20/01/2014 Fecha de aceptación del artículo: 30/05/2014
---------------------------------------------------------------------------------------------